部分積分の計算

ここが重要

$\int f(x)\,g'(x)\,dx$　から　$\int f'(x)\,g(x)\,dx$ が計算可能になるように変形する.

$$\begin{cases} f(x) = & \boxed{(1)} \\ g'(x) = & \boxed{(2)} \end{cases} \quad \text{とおくと} \quad \begin{cases} f'(x) = & \boxed{(3)\quad \text{簡単な式}} \\ g(x) = & \boxed{(4)} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \int f(x)\ g'(x)\,dx &= \underset{\|}{f(x)}\ \underset{\|}{g(x)} - \int \underset{\|}{f'(x)}\ g(x)\,dx \\ &= \boxed{(1)}\ \boxed{(4)} - \int \boxed{(3)\times(4)}\,dx \\ &= \boxed{} \end{aligned}$$

部分積分の公式は複雑なので, 公式を書いてから計算する

【 例題 58 】

(1) $\displaystyle\int x\cos x\,dx$

$$\begin{cases} f(x) = & \square \\ g'(x) = & \square \end{cases} \quad \text{とおくと} \quad \begin{cases} f'(x) = & \square \\ g(x) = & \square \end{cases}$$

$$\int f(x)\,g'(x)\,dx = \underset{\|}{f(x)}\,\underset{\|}{g(x)} - \int \underset{\|}{f'(x)}\,g(x)\,dx$$

$$= \square\,\square - \int \square\,dx$$

$$= \square$$

(2) $\displaystyle\int xe^{x}\,dx$

$$\begin{cases} f(x) = & \square \\ g'(x) = & \square \end{cases} \quad \text{とおくと} \quad \begin{cases} f'(x) = & \square \\ g(x) = & \square \end{cases}$$

$$\int f(x)\,g'(x)\,dx = \underset{\|}{f(x)}\,\underset{\|}{g(x)} - \int \underset{\|}{f'(x)}\,g(x)\,dx$$

$$= \square\,\square - \int \square\,dx$$

$$= \square$$

【 例題 59 】（１が　かくれんぼ ）

(1) $\displaystyle\int \log x\,dx$

$$\begin{cases} f(x) = & \square \\ g'(x) = & \square \end{cases} \quad \text{とおくと} \quad \begin{cases} f'(x) = & \square \\ g(x) = & \square \end{cases}$$

$$\int f(x)\ g'(x)\,dx = \underset{\|}{f(x)}\ \underset{\|}{g(x)} - \int \underset{\|}{f'(x)}\ g(x)\,dx$$

$$= \square\ \square - \int \square\,dx$$

$$= \square$$

【 練習問題 49 】（１が　かくれんぼ ）

$\displaystyle\int \mathrm{Tan}^{-1}x\,dx$

$$\begin{cases} f(x) = & \square \\ g'(x) = & \square \end{cases} \quad \text{とおくと} \quad \begin{cases} f'(x) = & \square \\ g(x) = & \square \end{cases}$$

$$\int f(x)\ g'(x)\,dx = \underset{\|}{f(x)}\ \underset{\|}{g(x)} - \int \underset{\|}{f'(x)}\ g(x)\,dx$$

$$= \square\ \square - \int \square\,dx$$

$$= \square$$

部分分数分解

$$\frac{1}{(x+1)(x+2)} = \frac{\square}{x+1} + \frac{\square}{x+2}$$

$$\frac{x+4}{(2x+1)(x-3)} = \frac{\square}{2x+1} + \frac{\square}{x-3}$$

$$\frac{3x+2}{(x+3)(x-4)} = \frac{\square}{x+3} + \frac{\square}{x-4}$$

$$\frac{x}{(x+1)^2} = \frac{\square}{x+1} + \frac{\square}{(x+1)^2}$$

$$\frac{3x^3}{x^2-1} = \square + \frac{\square}{x+1} + \frac{\square}{x-1}$$

有理化

$$\frac{1}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x}} = \frac{1}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x}} \times \square = \square$$

$$\frac{1}{\sqrt{x+1}-\sqrt{x+3}} = \frac{1}{\sqrt{x+1}-\sqrt{x+3}} \times \square = \square$$