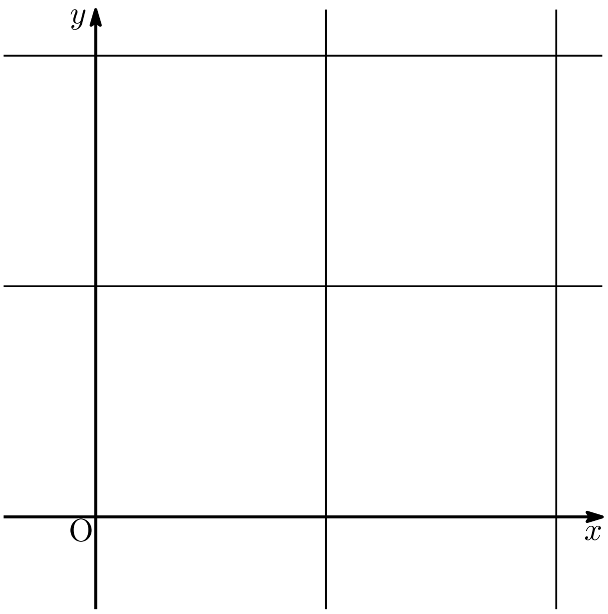
定積分

次の曲線または直線によって囲まれる図形の面積を求めよ.

(1) $y = \sqrt{x}$, $y = x^2$

Step 1. 交差点の座標を求めて, グラフを書く.



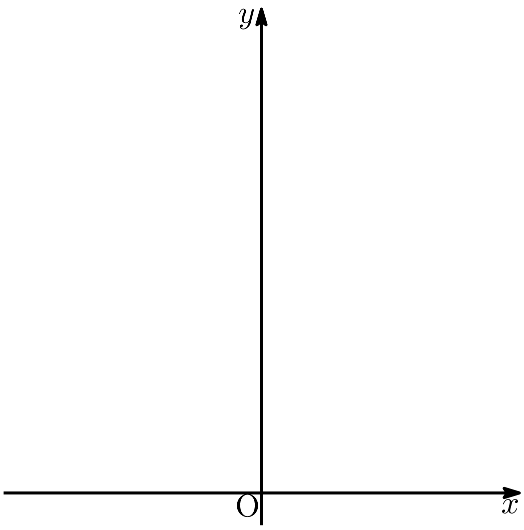
Step 2.

$$\text{囲まれる面積 } S = \int_{\_\_}^{\_\_} \boxed{}\, dx$$

$$= \boxed{}$$

(2) $y = e^x$, x 軸, $x = 0$, $x = 1$

Step 1. 交差点の座標を求めて, グラフを書く.

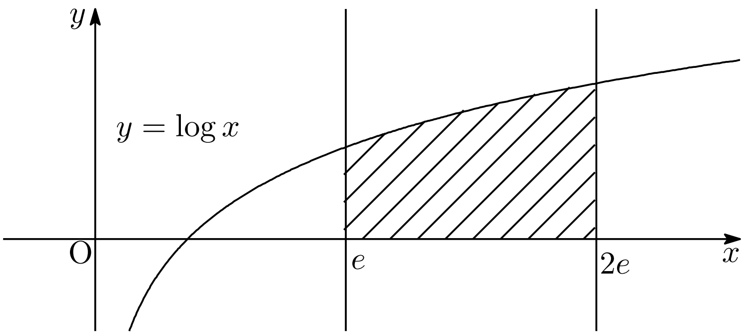


Step 2.

$$\text{囲まれる面積 } S = \int_{\_\_}^{\_\_} \boxed{}\, dx$$

$$= \boxed{}$$

(3) 次の斜線部の面積を求めなさい.



$$\text{囲まれる面積 } S = \int_{\_\_\_}^{\_\_\_} \boxed{}\, dx$$

定積分の部分積分法より不定積分を先に求める.

$$\int \log x\, dx = \boxed{}$$

したがって

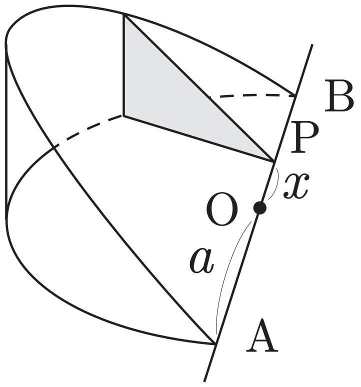
$$\text{囲まれる面積 } S = \boxed{}$$

薬学では温度, 圧力, 体積などでよく積分が使われる. さらに, 積分は, 薬学の重要な考え方になっている微分方程式につながります. 薬物動態学での血中濃度-時間曲線下面積 (AUC) も積分を用いて記述されます.

体積

勤めている製薬会社では新しい形の錠剤を売り出すことになった．下のように直円柱の底面と底面の直径と 30° で交わる平面とで切り取られる形をしている．

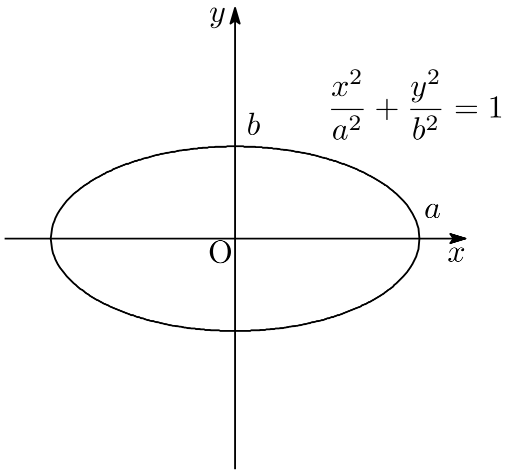
底面の円の半径を a, 中心を O としたとき O から x 離れたところの断面積 $S(x)$ は $S(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{3}}(a^2 - x^2)$ となる．この錠剤の体積を求めよ．

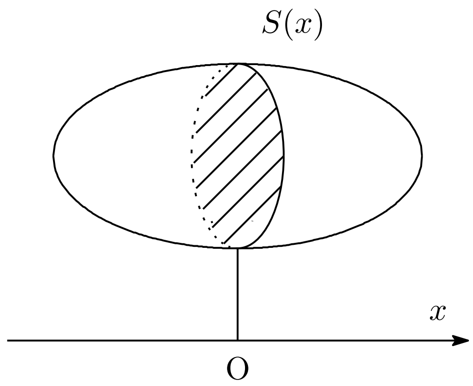


$$V = \int_{-}^{-} \qquad dx$$

$$=$$

前の錠剤はとがった形だったので, 飲み込みにくいことがわかった. そこで, 楕円を回転させた形を考えることになった. 錠剤の体積を求めたい.





上の図のように回転体を x 軸上に配置した.

x で切った時の切り口の断面積 $S(x)$ を求めると

$$S(x) = \boxed{\qquad\qquad\qquad\qquad}$$

となる. したがって, 体積は

$$V = \int_{\_\_}^{\_\_} \boxed{\qquad\qquad\qquad\qquad}\, dx$$

$$= \boxed{\qquad\qquad\qquad\qquad}$$

$$= \boxed{\qquad\qquad\qquad\qquad}$$

薬学で扱う微分積分

　薬品が反応する速度を反応速度といい濃度 C の時間変化 (時間で微分) で表される.

　ある反応 $A \longrightarrow B$ において A の濃度を C_A, B の濃度を C_B とすると, 反応速度は

$$v = -\frac{dC_A}{dt} = \frac{dC_B}{dt}$$

と表される. (A が減少して B が作られているので A の方に $-$ がつく) 反応速度 v が A の濃度 C_A の n 乗に比例するとき, n 次反応という.

$$0\ \text{次反応}\quad v = -\frac{dC_A}{dt} = k(C_A)^0$$

$$1\ \text{次反応}\quad v = -\frac{dC_A}{dt} = k(C_A)^1$$

$$2\ \text{次反応}\quad v = -\frac{dC_A}{dt} = k(C_A)^2$$

　濃度を時間で微分すると反応速度が得られるので, 反応速度を積分すると濃度が得られる. ただし, 0 次, 1 次, 2 次により積分する方法が異なる. (ちゃんとした求め方は微分方程式のところで勉強します)

0 次反応の時

$$\int_{C_0}^{C_A(t)} dC_A = -k \int_0^t dt'$$

両辺積分すると

1 次反応の時

$$\int_{C_0}^{C_A(t)} \frac{1}{C_A}\, dC_A = -k \int_0^t\, dt'$$

両辺積分すると

2 次反応の時

$$\int_{C_0}^{C_A(t)} \frac{1}{{C_A}^2}\, dC_A = -k \int_0^t\, dt'$$

両辺積分すると

薬学 (物理・化学) でつかう積分は dx が $\mathrm{d}x$ であるが, このプリントは数学なので dx と表記する.