**2014-10-14**

部分積分の計算

**ここが重要**

$\displaystyle\int f(x)\,g'(x)\,dx$ から $\displaystyle\int f'(x)\,g(x)\,dx$ が計算可能になるように変形する.

$$\begin{cases} f(x) = \boxed{\quad ❷ \quad} \\ g'(x) = \boxed{\quad ❸ \quad} \end{cases} \quad \text{とおくと} \quad \begin{cases} f'(x) = \boxed{❶ \ \text{簡単な式}} \\ g(x) = \boxed{\quad ❹ \quad} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \int f(x)\ g'(x)\,dx &= \underset{\displaystyle\|}{f(x)} \qquad \underset{\displaystyle\|}{g(x)} \qquad - \underset{\displaystyle\|}{\int f'(x)\ g(x)\,dx} \\ &= \boxed{\quad ❷ \quad} \ \boxed{\quad ❹ \quad} - \int \boxed{❸ \times ❹}\,dx \\ &= \boxed{\qquad\qquad\qquad\qquad} \end{aligned}$$

部分積分の公式は複雑なので, 公式を書いてから計算する

---

【 例題 58 】

(1) $\displaystyle\int x\cos x\,dx$

$$\begin{cases} f(x) = \boxed{\qquad\qquad} \\ g'(x) = \boxed{\qquad\qquad} \end{cases} \quad \text{とおくと} \quad \begin{cases} f'(x) = \boxed{\qquad\qquad} \\ g(x) = \boxed{\qquad\qquad} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \int f(x)\ g'(x)\,dx &= \underset{\displaystyle\|}{f(x)} \qquad \underset{\displaystyle\|}{g(x)} \qquad - \underset{\displaystyle\|}{\int f'(x)\ g(x)\,dx} \\ &= \boxed{\qquad\qquad} \ \boxed{\qquad\qquad} - \int \boxed{\qquad\qquad}\,dx \\ &= \boxed{\qquad\qquad\qquad\qquad} \end{aligned}$$

(2) $\displaystyle\int xe^x\,dx$

$$\begin{cases} f(x) = \boxed{\phantom{xxxxxxxx}} \\ g'(x) = \boxed{\phantom{xxxxxxxx}} \end{cases} \quad \text{とおくと} \quad \begin{cases} f'(x) = \boxed{\phantom{xxxxxxxx}} \\ g(x) = \boxed{\phantom{xxxxxxxx}} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \int f(x)\ g'(x)\,dx &= \underset{\displaystyle\|}{f(x)}\ \underset{\displaystyle\|}{g(x)} - \underset{\displaystyle\|}{\int f'(x)\ g(x)\,dx} \\ &= \boxed{\phantom{xxxxxxxx}}\ \boxed{\phantom{xxxxxxxx}} - \int \boxed{\phantom{xxxxxxxx}}\,dx \\ &= \boxed{\phantom{xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx}} \end{aligned}$$

---

【 例題 59 】（１が　かくれんぼ ）

(1) $\displaystyle\int \log x\,dx$

$$\begin{cases} f(x) = \boxed{\phantom{xxxxxxxx}} \\ g'(x) = \boxed{\phantom{xxxxxxxx}} \end{cases} \quad \text{とおくと} \quad \begin{cases} f'(x) = \boxed{\phantom{xxxxxxxx}} \\ g(x) = \boxed{\phantom{xxxxxxxx}} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \int f(x)\ g'(x)\,dx &= \underset{\displaystyle\|}{f(x)}\ \underset{\displaystyle\|}{g(x)} - \underset{\displaystyle\|}{\int f'(x)\ g(x)\,dx} \\ &= \boxed{\phantom{xxxxxxxx}}\ \boxed{\phantom{xxxxxxxx}} - \int \boxed{\phantom{xxxxxxxx}}\,dx \\ &= \boxed{\phantom{xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx}} \end{aligned}$$

【 練習問題 49 】（1が　かくれんぼ ）

$$\int \mathrm{Tan}^{-1}x\,dx$$

$$\begin{cases} f(x) = \boxed{\phantom{xxxxxxxx}} \\ g'(x) = \boxed{\phantom{xxxxxxxx}} \end{cases} \quad \text{とおくと} \quad \begin{cases} f'(x) = \boxed{\phantom{xxxxxxxx}} \\ g(x) = \boxed{\phantom{xxxxxxxx}} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \int f(x)\ g'(x)\,dx &= \underset{\substack{\| \\ \boxed{\phantom{xxxxxx}}}}{f(x)} \quad \underset{\substack{\| \\ \boxed{\phantom{xxxxxx}}}}{g(x)} - \int \underset{\substack{\| \\ \boxed{\phantom{xxxxxx}}}}{f'(x)\ g(x)}\,dx \\ &= \boxed{\phantom{xxxxxx}}\ \boxed{\phantom{xxxxxx}} - \int \boxed{\phantom{xxxxxx}}\,dx \\ &= \boxed{\phantom{xxxxxxxxxxxxxxxxxxxx}} \end{aligned}$$

---

定数と変数を区別すべし

$y = 2x + 3$ の $x$ と $y$ は $x = 0$ のとき $y = 3$，$x = 2$ のとき $y = 7$ などのように値が変わるので，$x$ と $y$ を変数という．この式の 2 と 3 は値が変わらないので定数という．

$y = 3x + 4$ や $y = -2x + 3$ なども同じである．これらの式を一般的に表すと

$$y = ax + b \qquad (a,\ b \text{ は定数})$$

となる．

$k$：定数のとき，$\displaystyle\int kf(x)\,dx = k\int f(x)\,dx$ では，

$k$ は 1 や 2 などの定数を表していることに気が付かないといけない．

したがって，

$$\int 3f(x)\,dx = 3\int f(x)\,dx$$

であり，

$$\int \log 2f(x)\,dx = \log 2\int f(x)\,dx$$

となる．

部分分数分解

$$\frac{1}{(x+1)(x+2)} = \frac{\boxed{\phantom{00}}}{x+1} + \frac{\boxed{\phantom{00}}}{x+2}$$

$$\frac{x+4}{(2x+1)(x-3)} = \frac{\boxed{\phantom{00}}}{2x+1} + \frac{\boxed{\phantom{00}}}{x-3}$$

$$\frac{3x+2}{(x+3)(x-4)} = \frac{\boxed{\phantom{00}}}{x+3} + \frac{\boxed{\phantom{00}}}{x-4}$$

$$\frac{x}{(x+1)^2} = \frac{\boxed{\phantom{00}}}{x+1} + \frac{\boxed{\phantom{00}}}{(x+1)^2}$$

$$\frac{3x^3-x}{x^2-1} = \boxed{\phantom{00}} + \frac{\boxed{\phantom{00}}}{x+1} + \frac{\boxed{\phantom{00}}}{x-1}$$

有理化

$$\frac{1}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x}} = \frac{1}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x}} \times \boxed{\phantom{0000000}} = \boxed{\phantom{0000000}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{x+1}-\sqrt{x+3}} = \frac{1}{\sqrt{x+1}-\sqrt{x+3}} \times \boxed{\phantom{0000000}} = \boxed{\phantom{0000000}}$$

注意 例題 57 と例題 60 は公式としてあつかう (できなくても問題ない)．例題 59(2) は難しい (C クラスでは扱わない)