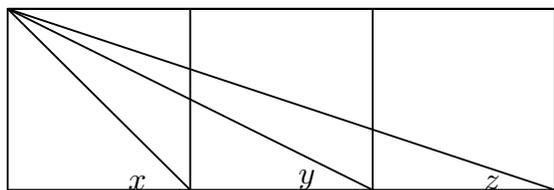


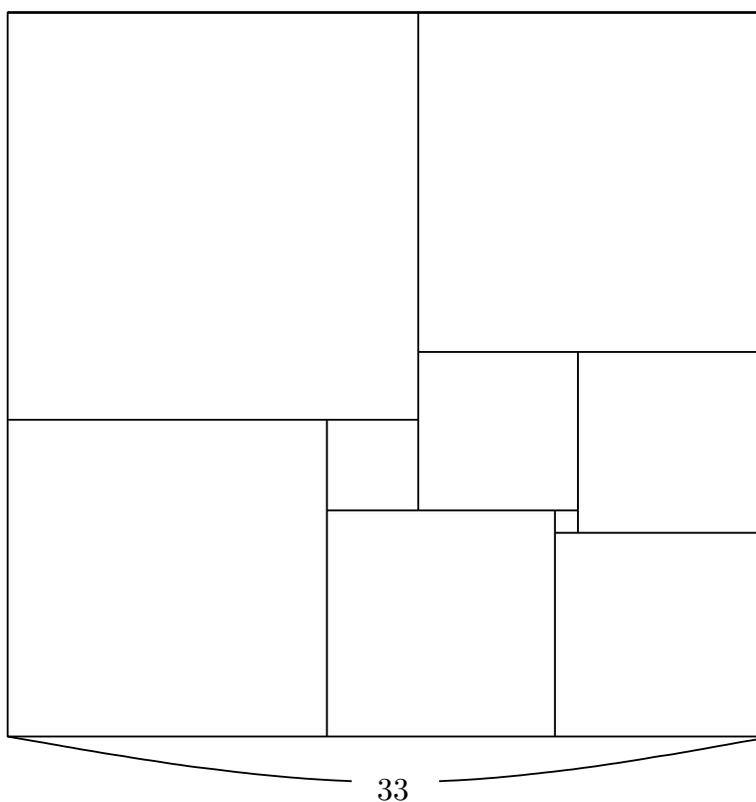
## 数学の情緒 B レポート問題

問題 1. 以下の問題を解け (解き方も書くこと)

(1) 下図は同じ大きさの正方形を 3 つ並べたものである. このとき, 3 つの角度  $x, y, z$  の和  $x + y + z$  を求めよ.

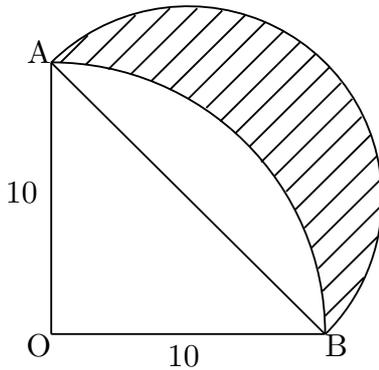


(2) 下図は, 長方形を大きさの異なる 9 個の正方形に分割した図である. 横の辺の長さが 33 であるとき, 縦の辺の長さはいくらか.



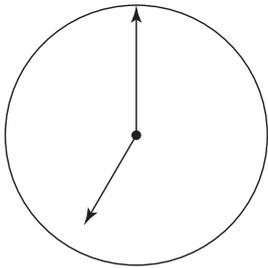
問題 2. 以下の問題を解け (解き方も書くこと)

(1) 下図のような半径が 10 の 4 分円 OAB を考える. さらに, 図のように弦 AB を直径とする半円を描き, 4 分円の外側にある斜線部の月型の図形を考える. この図形の面積を求めよ.

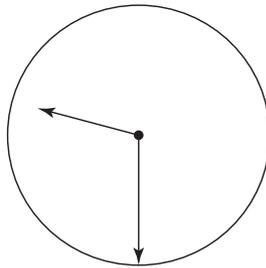


(2) 連続する 3 つの自然数 3, 4, 5 は,  $3^2 + 4^2 = 5^2$  を満たす. 連続する 3 つの自然数について, 小さい方 2 つ平方の和が大きい方 1 つの平方と等しいとみなすことができる. これを次のように拡張する. 「連続する 5 つの自然数について, 小さい方 3 つの平方の和が大きい方 2 つの平方の和と等しいことがあるか」この問題に答えよ.

問題 3. 次の時計が示す 2 つの角度はそれぞれ何度か.(解き方も書くこと)



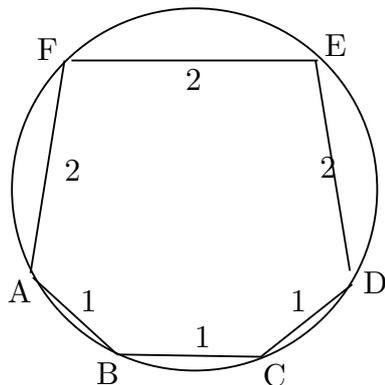
(1)



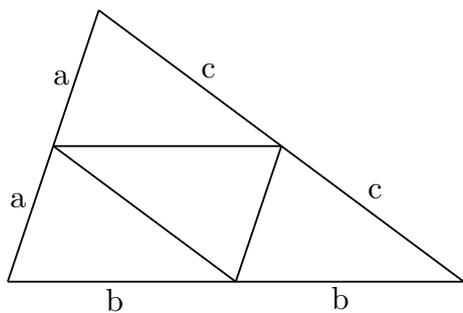
(2)

問題 4. 以下の問題を解け (解き方も書くこと)

(1) 図のような円に内接する 6 角形 ABCDEF (3 辺の長さが 1, 3 辺の長さが 2) の面積は, 辺の長さが 1 の正三角形の何倍か.

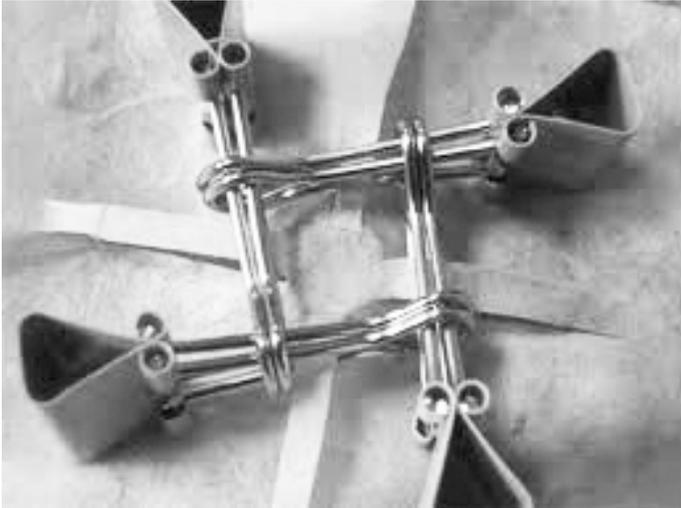


(2) 図のような展開図を持つ 3 角錐 (4 面体) の体積を求めよ.

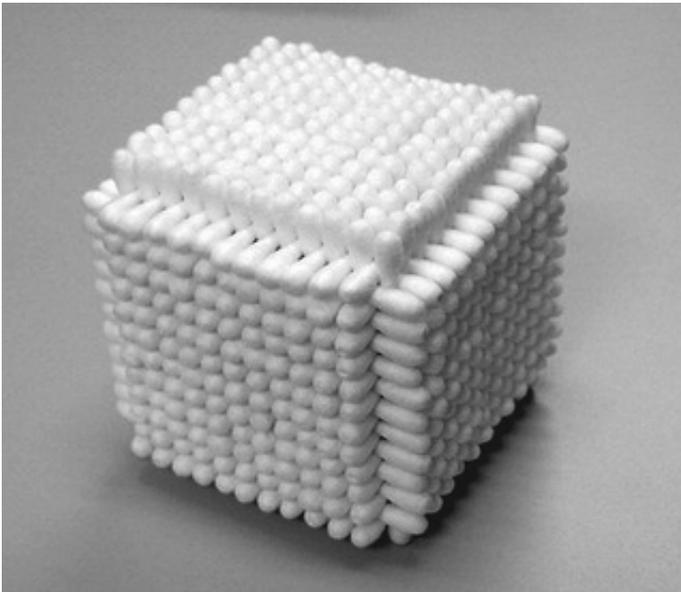


問題 5. 次のものを工作せよ.

(1) クリップ



(2) 綿棒 (Cotton-swab Cube<sup>\*1</sup>)



問題 6. 以下の問題を解け (解き方も書くこと)

- (1)  $\frac{5}{6}$  と  $\frac{8}{9}$  の間にあり, 分母が 17 である分数の分子を求めよ. ただし, 分子は整数とする.
- (2) 1 から 999 までの奇数をすべて掛けたとき, 1 の位の値を求めよ.
- (3) 0 から 1000 までのすべての整数を書いたら「1」はいくつあるか.

問題 7. 友人のポールは, 新しい家に引越しました. 新居は 1~82 番まで順番に番号が振られた長い通りにあります. 彼の家を探し当てるために, 私はポールに yes/no 形式の 3 つの質問をしました.

家の番号は 40 以下ですか.

4 で割り切れますか.

<sup>\*1</sup> 参照 Cotton-swab Cube で検索か, [http://puzzle-of-mine.at.webry.info/200804/article\\_2.html](http://puzzle-of-mine.at.webry.info/200804/article_2.html)

2乗の数字ですか.

彼の答えから家の番号がわかりました. 彼の答えと家の番号を求めなさい.

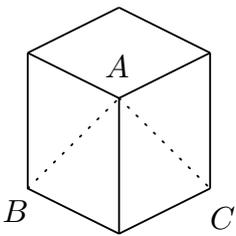
### 問題 8. ワイン樽とビール樽

(1) ワインセラーには, ワインとビールの入った樽が 6 つあります. それぞれの樽の容量は, 30 L, 32 L, 36 L, 38 L, 40 L, 62 L です. 5 つの樽にはワインが, 1 つの樽にはビールが入っています. 最初の客はワインを 2 樽, 次に来た客は, 最初の客の 2 倍のワインを買いました. ビールが入っていたのは, どの樽ですか.

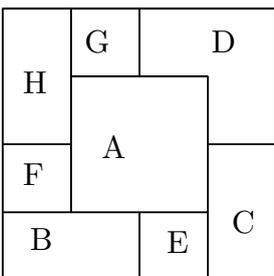
(2) ある男性は 27 日間で 1 樽分のビールを飲みます. ある女性は 54 日間で 1 樽分のビールを飲みます.

この調子でそれぞれが同じ樽からビールを飲むとすると, 樽が空になるまでに何日かかりますか.

問題 9. (1) 立方体 (さいころ) の 2 面に図のように対角線を引きます. 角度  $\angle BAC$  を求めよ.



(2) 8 枚の全く同じ大きさの紙を, 図のように互いに重なるように置きました. 上から順に, どのような順番で紙が置かれていますか.



問題 10.  $(x + y - 1)(y + z - 1)(z + x - 1) = 6xyz$ ,  $1 < x < y < z$  を満たす自然数  $x, y, z$  の組  $(x, y, z)$  を求めよ.

問題 11. カラフルな玉をヒモに通してネックレスを作ります. 玉の色は, 赤, 白, 黄, 青, 緑の 5 色から選べます. 同じ色の玉を何個使ってもよく, 使わない色があっても構いません.

何通りのネックレスが作れるか考えます. ただし, 回転させて同じ配列になるものや裏返して同じ配列になるものも, 違うものとして数えることにします.

(1) まず,  $n$  個の玉をひもに通して一列に並べましょう. ネックレスの両端をつなぐ前の状態です. 同じ色の玉が隣り合わないような並べ方は何通りでしょうか.

(2) 次に、ひもの両端をつなげて  $n$  個の玉のネックレスをつくりましょう。同じ色の玉が隣り合わないような並べ方は何通りでしょうか。

(3) 最後に、6 個の玉でネックレスをつくりましょう。どの連続する 3 個の玉もすべて違う色となるような並べ方は何通りでしょうか。

問題 12.  $8 \times 8$  の正方形のマス目に区分された盤がある。適当なマス目に  $\times$  を書き入れ、どの行も、どの列も 2 個の  $\times$  を含むようにしたい。何通りの書き込み方があるでしょうか。盤の回転や裏返しなどは考えません。

問題 13. (1) 強盗事件が起きました。アリ・ババの子分の 1 人が、宝石店のエメラルドの  $1/3$  を盗みました。それから、別の子分がやってきて、残っていたエメラルドの  $2/3$  を盗みました。すると 12 個のエメラルドが残りしました。最初の強盗が入った時、何個のエメラルドがあったのでしょうか。

(2) ある日、アリ・ババの子分の 1 人が、硬貨の入った袋をいくつか盗みました。それぞれの袋に入っていた硬貨の数は、16 枚、17 枚、23 枚、24 枚、39 枚、40 枚のいずれかでした。すべての袋を開けて硬貨を数えると、100 枚ありました。彼はどの袋をいくつ盗んだのでしょうか。

問題 14.  $8^n + n$  が  $2^n + n$  で割り切れるような正の整数  $n$  をすべて求めよ。

問題 15. 1 以上 9 以下の整数の組  $(a, b, c, d)$  があって、 $0 < b - a < c - b < d - c$  を満たすものはいくつあるか。

問題 16.  $11^{12^{13}}$  の十の位を求めよ。 $11^{12^{13}}$  は 11 の  $12^{13}$  乗のことである。

問題 17. 見分けのつかない双子の兄弟がいる。一人はいつも嘘をつき、もう一人は反対にいつでも本当の事をいう。兄の名前はジョンである。

(1) yes/no で答える 15 文字以内の質問をして、二人のどちらがジョンなのかを知りたい。どんな質問をすればよいか。

(2) ジョンが嘘をつく方か本当の事をいう方か見分ける yes/no で答える 15 文字以内の質問を求めよ。

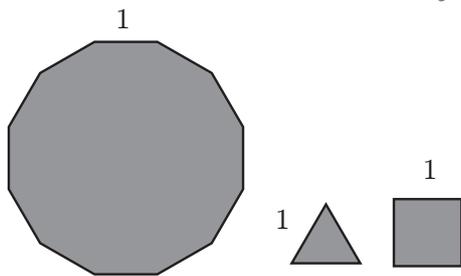
問題 18. (1)  $(n^2 - 1)^{1000} \cdot (n^2 + 1)^{1001}$  にある整数を足したら、 $n$  で割り切れた。ある整数を求めなさい。

(2) 10000 以下の自然数  $n$  で  $2^n - n^2$  が 7 で割り切れるようなものはいくつありますか。

問題 19. (1)  $\sqrt{3}$  が無理数であることを示せ。

(2)  $\tan 2^\circ$  は有理数か無理数か。

問題 20. 辺の長さが 1 の正 12 角形の面積は, 辺の長さが 1 の正三角形  $x$  個と辺の長さが 1 の正方形  $y$  個の面積を加えたものとなる. $x$  と  $y$  を求めよ.



問題 21. 合同な三角形を図のようにおきます. AB の長さを求めよ.

