微分方程式 2

2013-12-13

【 変数分離形】

$$\boxed{y\text{ の式}}\ \frac{dy}{dx} = \boxed{x\text{ の式}} \quad \text{または} \quad \boxed{y\text{ の式}}\ dy = \boxed{x\text{ の式}}\ dx$$

【 例題 】 $\dfrac{dy}{dx} = 3(y-1)^{\frac{2}{3}}$ を解け.

$\boxed{y\text{ の式}}\ dy = \boxed{x\text{ の式}}\ dx$ で表すと, $\boxed{}\ dy = \boxed{}\ dx.$

ただし, 分母は 0 でないので, $\boxed{❶}$

積分して,

$$\int \boxed{}\ dy = \int \boxed{}\ dx$$

$$\boxed{} = \boxed{}$$

$$\boxed{} = \boxed{} \quad - ❷$$

❶ でないとき $\boxed{❸}$

❷ と ❸ より解は

$\boxed{}$, $\boxed{}$ となる.

1 階線形微分方程式

$$y' + p(x)y = q(x)$$

の一般解は,

$$y = e^{-\int p(x)\,dx}\left\{\int e^{\int p(x)\,dx} q(x)\,dx + C\right\} \quad (C \text{ は任意定数})$$

【 例題 92 】(1) $y' + xy = 3x$ 　 y' の係数が 1 に注意.

$p(x) = \boxed{}$, $q(x) = \boxed{}$ より

❶ $\displaystyle\int p(x)\,dx = \boxed{}$.

$e^{-\int p(x)\,dx} = \boxed{}$, 　 $e^{\int p(x)\,dx} q(x) = \boxed{}$ より

❷ $\displaystyle\int e^{\int p(x)\,dx} q(x)\,dx = \boxed{} = \boxed{}$.

よって, $y = e^{-\int p(x)\,dx}\left\{\displaystyle\int e^{\int p(x)\,dx} q(x)\,dx + C\right\}$

$= \boxed{}$

$= \boxed{}$.

(2) $xy' - y = \log x$　　y' の係数が 1 でないことに注意.

y' の係数を 1 に直すと, $\boxed{\qquad\qquad\qquad\qquad}$.　　($\log x$ より $x > 0$)

$p(x) = \boxed{\qquad\qquad}$,　　$q(x) = \boxed{\qquad\qquad}$ より

❶ $\displaystyle\int p(x)\,dx = \boxed{\qquad\qquad\qquad\qquad}$.

$e^{-\int p(x)\,dx} = \boxed{\qquad\qquad}$,

$e^{\int p(x)\,dx} q(x) = \boxed{\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad}$ より

❷ $\displaystyle\int e^{\int p(x)\,dx} q(x)\,dx = \boxed{\qquad\qquad\qquad} = \boxed{\qquad\qquad\qquad}$

$= \boxed{\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad}$.

よって, $\displaystyle y = e^{-\int p(x)\,dx}\left\{\int e^{\int p(x)\,dx} q(x)\,dx + C\right\}$

$= \boxed{\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad}$

.

$e^{\log a} = a$ は log の定義です. 教科書 p. 22　でも, なかなか覚えられない

$y = e^{\log a}$ とおいて log をとると $\log y = \boxed{\qquad\qquad\qquad\qquad}$ より,

$y = \boxed{\qquad\qquad}$ となる. したがって, $e^{\log a} = \boxed{\qquad\qquad}$ である.