微分方程式 1

2013-12-06

微分方程式に含まれる y の導関数の最大の次数 ($y^{(n)}$ の n の最大値) を階数という.

☛薬学では, 使う微分方程式の多くは 2 階までなので,

y' を含むと $\boxed{}$ 階微分方程式,

y'' を含むと $\boxed{}$ 階微分方程式, と覚えておけば十分である.

【 問 】次の微分方程式の階数を答えよ.

(1) $x^3y + y'' \sin x - y^5 = y$

(2) $y'x^3 - \log x = 3y''$

(3) $y' = f(x) \cdot g(y)$

薬学で使うおもな微分方程式 $\begin{cases} \text{変数分離形} & \Rightarrow \quad 0\text{ 次} - 2\text{ 次反応} \\ 1\text{ 階線形微分方程式} & \\ 2\text{ 階線形微分方程式} & \Rightarrow \quad \text{逐次反応} \end{cases}$

❄ 化学薬品の反応速度

薬品が反応する速度を反応速度といい濃度 C の時間変化 (時間で微分) で表される. ある反応 $A \longrightarrow B$ において A の濃度を C とすると, 反応速度は

$$v = -\frac{dC_A}{dt}$$

と表される. (A が減少して B が作られているので $-$ がつく) 反応速度 v が A の濃度 C の n 乗に比例するとき, n 次反応という.

0 次反応 $\quad v = -\dfrac{dC}{dt} = kC^0 = k$

1 次反応 $\quad v = -\dfrac{dC}{dt} = kC^1$

2 次反応 $\quad v = -\dfrac{dC}{dt} = kC^2$

【 変数分離形】

$$\boxed{y \text{ の式}}\ \frac{dy}{dx} = \boxed{x \text{ の式}} \quad \text{または} \quad \boxed{y \text{ の式}}\ dy = \boxed{x \text{ の式}}\ dx$$

$\Rightarrow$

【 例題 87 】$y' = Ay^2$ ($A \neq 0$ 定数) を

$\boxed{y \text{ の式}}\ dy = \boxed{x \text{ の式}}\ dx$ で表すと, $\quad dy = \quad dx$.

ただし, 分母は 0 でないので, ❶

積分して,

$$\int \left(\quad \right) dy = \int \quad dx$$

$$=$$

$$=$$

$$y = \text{❷}$$

❶ でないとき ❸

❷ と ❸ より解は

, となる.

【 例題 88 】$(x-1)\dfrac{dy}{dx}+(y-1)=0$ を

$\boxed{y \text{ の式}}\ dy = \boxed{x \text{ の式}}\ dx$ で表すと, $\boxed{}\ dy = \boxed{}\ dx.$

ただし, 分母は 0 でないので, $\boxed{❶}$

積分して, $\displaystyle\int \left(\boxed{} \right) dy = \int \boxed{}\ dx$

$\boxed{} = \boxed{}$

$\boxed{} = \boxed{}$

$\boxed{} = \boxed{}$

$\boxed{} = \boxed{}$

$\boxed{} = \boxed{}$

よって, $\boxed{❷}$

❶ でないとき,

$\boxed{}$

よって, $\boxed{❸}$

❷ と ❸ より解は, $\boxed{}$ となる.

微分方程式の解は $y=f(x)$ の形でなくてよい．円の方程式 $x^2+y^2=r^2$ を $y=f(x)$ と表さないのと同じです．

$\log y = \boxed{\text{ある式}}$ がでてきたとき, $\log e = 1$ に注意して

$\log y = \boxed{\text{ある式}} \times \log e$ と変形すれば， $\log y = \log e^{\boxed{\text{ある式}}}$ となる.

したがって， $y = \boxed{\phantom{\text{ある式ある式ある式}}}$ である.