$\sin(-\theta) =$ $\cos(-\theta) =$

$\displaystyle\int \frac{1}{x^2+1}\,dx =$ $\displaystyle\int \frac{x}{x^2+1}\,dx =$

【 練習問題 53 】

(1)[*1] $\displaystyle\int_0^2 (4x^3 - 3x^2 + 5x + 3)\,dx$

Step 1. $\displaystyle\int (4x^3 - 3x^2 + 5x + 3)\,dx \quad =$

Step 2.

$$\int_0^2 (4x^3 - 3x^2 + 5x + 3)\,dx = \Big[\ \Big]_0^2$$

$$= \quad - \quad$$

$$=$$

---

(2) $\displaystyle\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \sin x\,dx$

Step 1. $\displaystyle\int \sin x\,dx \quad =$

Step 2.

$$\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \sin x\,dx = \Big[\ \Big]_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= \quad - \quad$$

$$=$$

[*1] 改題

(3) $\displaystyle\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$

Step 1. $\displaystyle\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\,dx \quad = \quad$ $\square$

Step 2.

$$\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\,dx = \Big[\ \square\ \Big]_0^{\frac{1}{2}}$$

$$= \square - \square$$

$$= \square$$

---

(4) $\displaystyle\int_{-1}^{\sqrt{3}} \frac{1}{1+x^2}\,dx$

Step 1. $\displaystyle\int \frac{1}{1+x^2}\,dx \quad = \quad$ $\square$

Step 2.

$$\int_{-1}^{\sqrt{3}} \frac{1}{1+x^2}\,dx = \Big[\ \square\ \Big]_{-1}^{\sqrt{3}}$$

$$= \square - \square$$

$$= \square$$

定積分の置換積分法

【 例題 66 】

(1) $\displaystyle\int_0^1 (2x+1)^3\,dx$

$t =$ □ とおくと $dx =$ □ dt

x	$\rightarrow$
t	$\rightarrow$

$$\int_0^1 (2x+1)^3\,dx \;=\; \int_{\square}^{\square} \square\, dt$$

$$\left(\int \square\, dt \;=\; \square \quad \text{より}\right)$$

$$= \Big[\ \square\ \Big]_{\square}^{\square}$$

$$= \square$$

(2) $\displaystyle\int_0^2 \sqrt{x+1}\,dx$

$t =$ $\boxed{}$ とおくと $dx =$ $\boxed{}$ dt

x	$\rightarrow$
t	$\rightarrow$

$\displaystyle\int_0^2 \sqrt{x+1}\,dx = \int_{\square}^{\square} \boxed{}\,dt$

$\left(\displaystyle\int \boxed{}\,dt = \boxed{}\right.$ より$\left.\right)$

$= \left[\boxed{}\right]_{\square}^{\square}$

$= \boxed{}$

(3) $\displaystyle\int_0^3 \sqrt{9-x^2}\,dx$

$x =$ $\boxed{}$ とおくと $dx =$ $\boxed{}$ $d\theta$

☞ $\sqrt{a^2-x^2}$ の時は $x = a\sin\theta$ と置くとうまくいく場合が多い.

練習問題 53(3) で確かめてみよ．(この置換積分は高校の数学 III の内容である)

x	$\rightarrow$
θ	$\rightarrow$

$\sqrt{9-x^2} =$ $\boxed{}$

$\displaystyle\int_0^3 \sqrt{9-x^2}\,dx \;=\; \int_{\square}^{\square} \boxed{}\, d\theta$

$\left(\displaystyle\int \boxed{}\, d\theta \;=\; \boxed{} \quad \text{より}\right)$

$= \left[\, \boxed{} \,\right]_{\square}^{\square}$

$= \boxed{}$

番外編

$$\int_{-1}^{\sqrt{3}} \frac{1}{1+x^2}\,dx$$

$x =$ □ とおくと $dx =$ □ $d\theta$

x	$\rightarrow$
θ	$\rightarrow$

$$\int_{-1}^{\sqrt{3}} \frac{1}{1+x^2}\,dx \;=\; \int_{\square}^{\square} \square\, d\theta$$

$$\left(\int \square\, d\theta \;=\; \square \quad \text{より} \right)$$

$$= \Big[\square \Big]_{\square}^{\square}$$

$$= \square$$

こうすれば高校の数学 III の内容になる.

定積分の部分積分法

☞ 部分積分法の場合には教科書の定理 10.4.1 の公式を使うと間違える可能性が非常に高い.
この場合には 先に不定積分を求める のがよい.

【 例題 67 】

(1) $\displaystyle\int_0^1 xe^x\,dx$

$\displaystyle\int xe^x\,dx =$ □

したがって, $\displaystyle\int_0^1 xe^x\,dx = \Big[$ □ $\Big]_0^1$

$=$ □

---

(2) $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{3}} x\cos x\,dx$

$\displaystyle\int x\cos x\,dx =$ □

したがって, $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{3}} x\cos x\,dx = \Big[$ □ $\Big]_0^{\frac{\pi}{3}}$

$=$ □

(3) $\displaystyle\int_1^e \log x\,dx$

$\displaystyle\int \log x\,dx =$ $\boxed{}$

したがって, $\displaystyle\int_1^e \log x\,dx = \Big[\ \boxed{}\ \Big]_1^e$

$= \boxed{}$