

置換積分の計算

括弧の部分を t とおいて置換してみる.

【例題 53】

$$(1) \int (2x + 3)^5 dx$$

括弧の部分を t とおく.

$$t = \boxed{} \quad \dots \quad (1)$$

x で微分する (t で微分する方が楽ならば t で微分する)

$$\frac{dt}{dx} = \boxed{} \quad \text{よって,} \quad dx = \boxed{} dt \quad \dots \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \int (2x + 3)^5 dx &= \int \boxed{}^5 \boxed{} dt \\ &= \int \boxed{}^5 \boxed{} dt \\ &= \boxed{} \quad (1) \text{を代入} \\ &= \boxed{} + C \end{aligned}$$

$$(2) \int \sin(3x - 7) dx$$

括弧の部分を t とおく.

$$t = \boxed{} \quad \dots \quad (1)$$

x で微分する (t で微分する方が楽ならば t で微分する)

$$\frac{dt}{dx} = \boxed{} \quad \text{よって,} \quad dx = \boxed{} dt \quad \dots \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \int \sin(3x - 7) dx &= \int \sin \boxed{} \quad \boxed{} dt \\ &= \int \sin \boxed{} \quad \boxed{} dt \\ &= \boxed{} \quad (1) \text{ を代入} \\ &= \boxed{} + C \end{aligned}$$

練習問題 46 (4) (5) は括弧がないが, $\sqrt{5x - 1} = (5x - 1)^{\frac{1}{2}}$, $\sqrt[5]{7x - 3} = (7x - 3)^{\frac{1}{5}}$ と変形すればよい.

【例題 54】

$$(1) \int \sin^2 x \cos x dx$$

$t = \sin x$ … (1) とおく. この置換は経験が必要である.

x で微分する (t で微分する方が楽ならば t で微分する)

$$\frac{dt}{dx} = \boxed{} \quad \text{よって,} \quad dt = \boxed{} dx \quad \dots \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \int \sin^2 x \cos x dx &= \int \boxed{}^2 \boxed{} \\ &= \int \boxed{}^2 dt \\ &= \boxed{} \quad (1) \text{ を代入} \\ &= \boxed{} + C \end{aligned}$$

逆三角関数の積分【例題 56 参照】

$$(1) \int \frac{dx}{\sqrt{1 - (3x + 1)^2}}$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{1 - x^2}} = \text{Sin}^{-1}x \quad ax + b = \boxed{} \text{ より}$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{1 - (3x + 1)^2}} = \frac{1}{\boxed{}} \times \boxed{}$$

$$(2) \int \frac{dx}{\sqrt{1 - (\frac{1}{3}x)^2}}$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{1 - x^2}} = \text{Sin}^{-1}x \quad ax + b = \boxed{} \text{ より}$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{1 - (\frac{1}{3}x)^2}} = \frac{1}{\boxed{}} \times \boxed{} = \boxed{}$$

$$(3) \int \frac{dx}{1 + (5x - 7)^2}$$

$$\int \frac{dx}{1 + x^2} = \text{Tan}^{-1}x \text{ より} \quad \int \frac{dx}{1 + (5x - 7)^2} = \frac{1}{\boxed{}} \times \boxed{}$$

$$(4) \int \frac{dx}{1 + (\frac{5}{9}x)^2}$$

$$\int \frac{dx}{1 + x^2} = \text{Tan}^{-1}x \text{ より}$$

$$\int \frac{dx}{1 + (\frac{5}{9}x)^2} = \frac{1}{\boxed{}} \times \boxed{} = \boxed{}$$

