

数 学

試験時間 ; 10:00～11:20 (80分)

配 点 ; 150点

【注意事項】

1. 試験開始の合図があるまで、この「問題冊子」の中を見てはいけません。
2. 配付物 ; (1)「問題冊子」1～9ページ
(2)「解答用紙」1枚
3. 「問題冊子」中、表紙裏と次のページは余白です。
問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはいけません。
4. 問題文は、1, 2, 3, 5, 7, 9ページに印刷してあります。
5. 試験開始と同時に配付物を確認し、脱落している場合は申し出なさい。
また、試験中に「問題冊子」の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び
「解答用紙」の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
6. 「解答用紙」1枚の氏名欄に、各自の氏名を楷書で記入しなさい。
7. 「解答用紙」1枚の受験番号欄に、各自の4ケタの受験番号(0001, 0002, …)を記入しなさい。
8. 試験終了の合図と同時に、裏返しの状態を下から「問題冊子」、「解答用紙」の順に並べなさい。
9. 試験終了後、「問題冊子」は持ち帰りなさい。

2020 (一般前期)

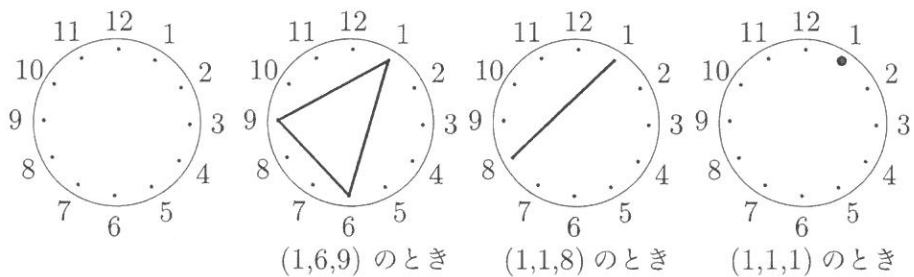
下書き用紙

下書き用紙

『問題は次のページから印刷しています』

以下の に当てはまる適切な答えを，解答用紙の該当する解答欄に記入せよ．ただし分数で解答する場合は既約分数で答えなさい． (24 点)

[1] 1 から 12 の数字が書かれている 12 枚のカードが箱に入っている．また下図のように 12 個の点が時計のように等間隔に円形に配置されている円盤がある．さらに 12 個の点には下図のように 1 から 12 までの数字が割り当てられている．以下の各問に答えよ．



(1) 箱のカードをよくかき混ぜて 1 枚とって数字を確認して箱に戻す作業を 3 回行い，3 回ともカードの数字が違う確率を求めると ア である．

(2) (1) で確認した 3 つのカードの数字と同じ数字を，円盤の数字から選び 3 本の線をつなぐ．たとえば (1, 6, 9) を選んだ場合は上図の (1, 6, 9) のときのようになる．ただし同じ数字を複数回選んだときは上図のように 1 本または 0 本の線をつなぐ．たとえば，(1, 1, 8) と (1, 1, 1) を選んだ場合は上図の (1, 1, 8) のときと (1, 1, 1) のときのようになる．このとき直角三角形が得られる確率を求めると

である。

- (3) 12枚のカードのうち1枚を紛失した。この11枚のカードが入った箱を考える。箱からカードをよくかき混ぜて1枚とって数字を確認してカードは箱に戻さない。この操作を3回行い、確認した3つのカードの数字と同じ数字を、円盤の数字から選び3本の線をつなぐ。このとき正三角形が得られる確率を求めると である。

以下の に当てはまる適切な答えを、解答用紙の該当する解答欄に記入せよ。ただし分数で解答する場合は既約分数で答えなさい。根号を含む場合は根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。 (42点)

[2] 平面上の2つのベクトル \vec{a} , \vec{b} が $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 3$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = 4$ を満たし、ベクトル $\vec{p} = s\vec{a} + t\vec{b}$ が表す点を P とする。以下の各問に答えよ。

- (1) 実数 s, t が $s \geq 0$, $t \geq 0$, $0 \leq s + t \leq 2$ を満たすとき、点 P が存在する図形の面積を求めると エ である。
- (2) 実数 s, t が $2 \leq s \leq 6$, $1 \leq t \leq 3$ を満たすとき、点 P が存在する図形の面積を求めると オ である。

[3] 2つの直線 $l_1: 6x + (2a - 1)y = 7$, $l_2: (a + 2)x + (a + 3)y = 1$ (a は $2a - 1 \neq 0$, $a + 3 \neq 0$ となる定数) について以下の各問に答えよ。

- (1) 直線 l_1 の傾きを a で表すと カ であり、直線 l_2 の傾きを a で表すと キ である。
- (2) 2つの直線 l_1 と l_2 が平行であるとき、定数 a の値をすべて求めると、 $a =$ ク である。
- (3) 2つの直線 l_1 と l_2 が垂直であるとき、定数 a の値をすべて求めると、 $a =$ ケ である。

下書き用紙

以下の に当てはまる適切な答えを，解答用紙の該当する解答欄に記入せよ。ただし分数で解答する場合は既約分数で答えなさい。 (35点)

[4]

(1) 関数 $f(x)$ を以下で定義する。

$$f(x) = \frac{3}{x^2 - 7x + 10} + \frac{4}{x^2 - 4}$$

このとき， $f(12)$ ， $f(19)$ ， $f(103)$ の値を求めると，

$$f(12) = \text{コ} \quad , \quad f(19) = \text{サ} \quad , \quad f(103) = \text{シ}$$

である。

(2) 5で割ると1余り14で割ると4余る自然数のうち，最小となるものは

$$\text{ス} \quad \text{であり，3桁の自然数で最小となるものは} \quad \text{セ}$$

である。

下書き用紙

以下の に当てはまる適切な答えを、解答用紙の該当する解答欄に記入せよ。ただし分数で解答する場合は既約分数で答えなさい。根号を含む場合は根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。 (28点)

[5] 次の定積分の値を求めよ。

(1) $\int_0^6 (3x^2 + 2x)(2x + 1) dx =$ である。

(2) $\int_0^2 \sqrt{(x + 1)^2 - 4x} dx =$ である。

[6] x 軸と y 軸に接し点 $(-4, -2)$ を通る円は 2 つある。このとき円の半径を求めると小さいものから順に と である。さらに 2 つの円の中心の距離を求めると である。

下書き用紙

以下の に当てはまる適切な答えを、解答用紙の該当する解答欄に記入せよ。 (21点)

[7]

(1) $\sum_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{k+3} + \sqrt{k+2}}$ を求めると ト である。

(2) 数列 $\{a_n\}$ は $a_1 = 5$, $a_{n+1} = 2a_n - 3$ を満たす。一般項を求めると $a_n =$ ナ である。

[8] 相異なる6つの自然数 a, b, c, d, e, f がある。以下のことがわかっている。

(1) a は d より小さく b より大きい。

(2) b は c, e, f より大きい。

(3) c は a より小さく f より大きい。

(4) d は a より大きい。

(5) e は f より小さい。

(6) f は b より小さい。

このとき a, b, c, d, e, f を小さい順に並べると ニ である。

『以 上』