

8 グラフ理論とゲーム

8.1 博物館の順序

[問題] ある博物館は図 63 のように三角形の部屋からできている．すべての部屋を 1 回ずつ回って、外に出ることは可能でしょうか？ただし、同じ部屋を 2 回以上通ってははいけません．

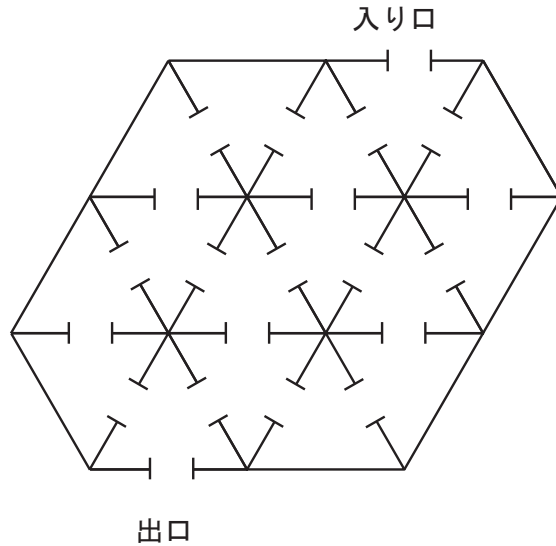


図 63: 博物館

また、出口の移動して図 64 のようになったときはどうなるか、考えましょう．

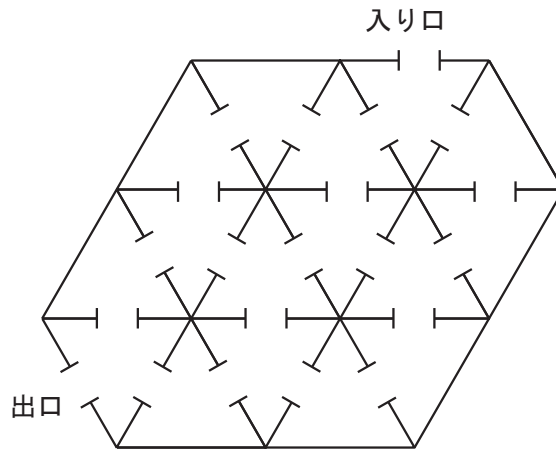


図 64: 博物館 2

8.2 あみだくじ

あみだ籤は良く知っていると思う。いま、図 65 のようになっていたとする。いま、○ は 1 に × は 2 に対応していることがわかる。ここで横棒 1 本つけ加えて ○ は 2 に × は 1 に対応させるようにしたい。どこに線を引けば良いか考えてみよう。

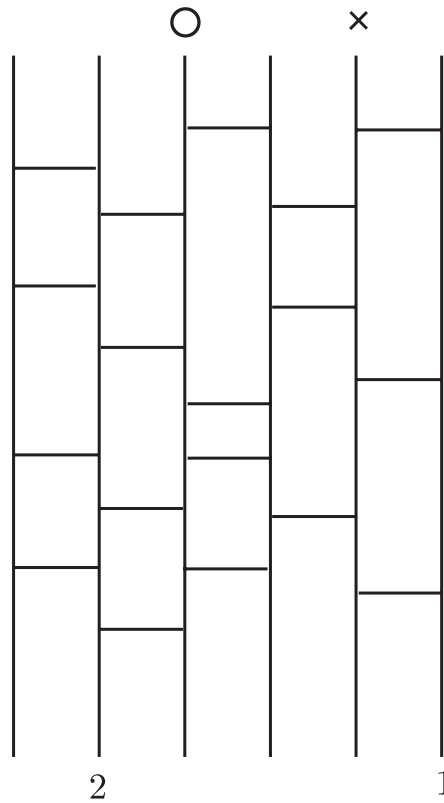


図 65: あみだくじ

適当にやってもできるのだがちゃんと考えてみる事にしよう。まず、横棒を 1 本入れることで何がかわるのだろうか。

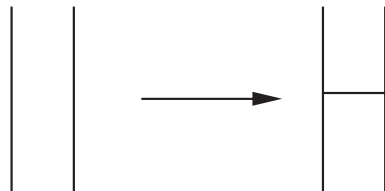


図 66: あみだくじに横棒を書くと

図 66 からわかるように横棒を加える事によりその両端の通る線を入れ換える事

ができる．では，今のあみだ籤ではどこに横棒を入れれば良いかわかりますね．

問では，図 69 の様な結果になるようにあみだ籤に横棒を書き入れよ．ただし，答えは一通りではありません．余裕のある学生はたくさんの答えを考えましょう．

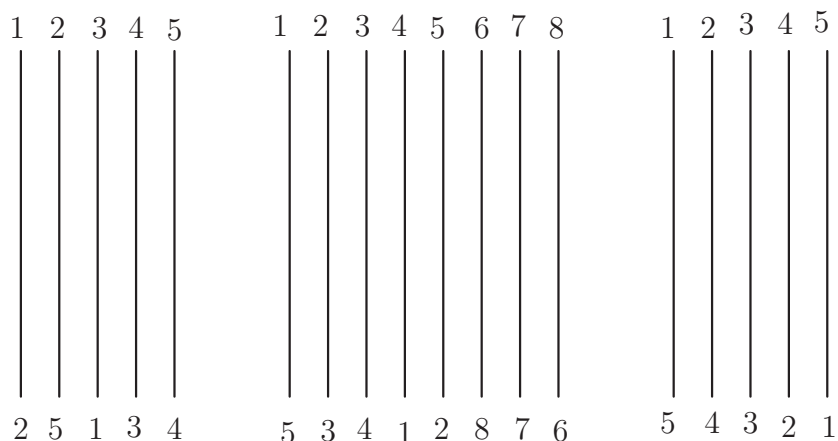


図 67: 横棒を入れて

坊主と小坊主

あるお坊さんが檀家の人のためにつぎのようなあみだくじをつくりました．

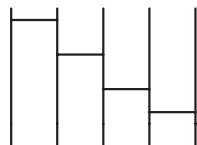


図 68: あみだ籤

これを見た小坊主が「お坊さんはばかだなあ．あまりにも簡単すぎるや」と言って図 69 のように線をひきました．

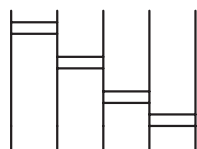


図 69: 小坊主

これを見たお坊さんは，小坊主に「やっぱりお前はばかだ」と言いました．なぜでしょう．

上下をさかさまにして

あみだ籤を1つノートに描きましょう。そのあみだ籤を上下をさかさまにして、今書いたあみだ籤の下につけます。図70参照。どのような結果になるか予想してください。今予想した結果になるかどうか実際にあみだ籤をしてみましょう。

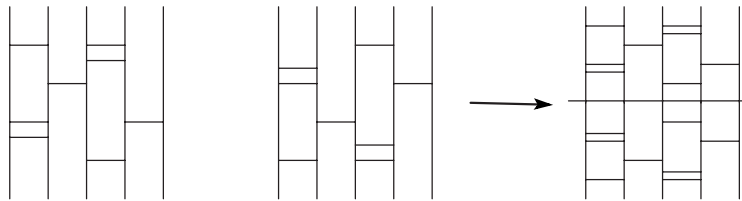
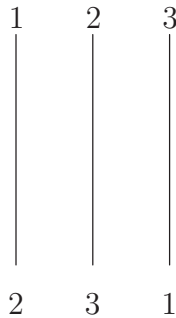


図 70: 上下をひっくり返して

レポート 19 次のあみだ籤に奇数本の辺を書き加えてちゃんとした結果になるようにできるか？



8.3 川渡り

3人の宣教師と3人の人食い人種と一緒に旅行している。宣教師と人食い人種が一緒にいる時には人食い人種の人数が宣教師の人数よりも大きくなると宣教師が食べられてしまう。大きな川があり2人乗りのボートがあった。どのようにして川を渡れば宣教師は無事に渡れるだろうか？

この時もグラフを考えてみる。

まず、宣教師が食べられずにすむ状態とはどのような場合だろうか。便利なように次の記号を使おう。

$$(3M2C||C)$$

と書いた時には川の左岸に3人の宣教師と2人の人食い人種、右岸に1人の人食い人種がいるという意味である。(Mは missionary の頭文字、Cは cannibal の頭文字である。)

$$\begin{array}{cccc}
(3M3C||0) & (3M2C||C) & (3MC||2C) & (3M||3C) \\
(2M2C||MC) & (MC||2M2C) & (3C||3M) & (2C||3MC) \\
(C3M||2C) & (0||3M3C) & &
\end{array}$$

の 10 通りが考えられる．それぞれの場合にボートが左岸にあるか右岸にあるかの 2 つの場合がある．それが図 71 である．

X		Y
(3M3C 0)	•	• (3M3C 0)
(3M2C C)	•	• (3M2C C)
(3MC 2C)	•	• (3MC 2C)
(3M 3C)	•	• (3M 3C)
(2M2C MC)	•	• (2M2C MC)
(MC 2M2C)	•	• (MC 2M2C)
(3C 3M)	•	• (3C 3M)
(2C 3MC)	•	• (2C 3MC)
(C 3M2C)	•	• (C 3M2C)
(0 3M3C)	•	• (0 3M3C)

図 71: 川渡りのグラフ 1

X はボートが左岸にある場合で Y は右岸にある場合である．そこで，ボートで渡ったときに移る事のできる頂点を辺で結ぶものとして，グラフを考える事ができる．

それが 図 72 のグラフである．

レポート 20 オオカミとヤギを連れ、キャベツのかごを持った男が、川を舟で渡ろうと思った．しかし、舟には男以外にどれか一つしか積むことができない．さらに、男がいないとオオカミはヤギを食べてしまうし、ヤギはキャベツを食べてしまう．どうしたら無事に渡れるだろうか．グラフを用いて答えよ．

8.4 ハノイの塔

ハノイの塔というパズルを知っていると思う．ハノイの塔とは図 73 のように 3 本の棒と穴のあいた半径の異なる円板がありこれを次の条件で異なる棒に円板をうつしていくパズルである．

1. 1 回の手順で 1 つの円板をうつす．
2. 小さな円板の上には大きな円板を載せる事はできない．

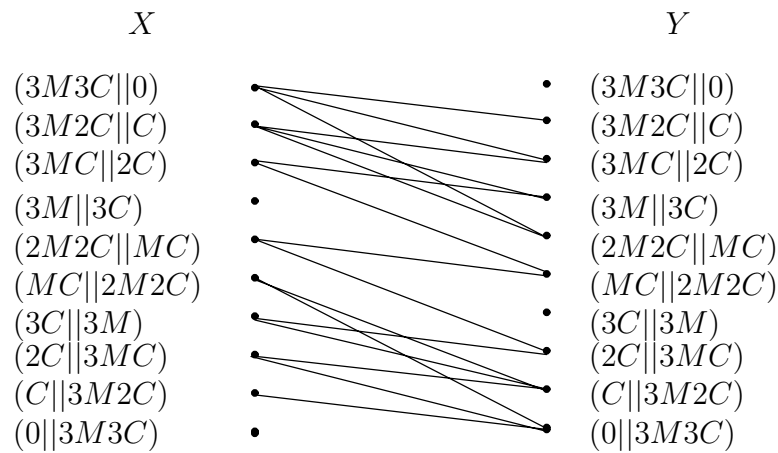


図 72: 川渡りのグラフ 2

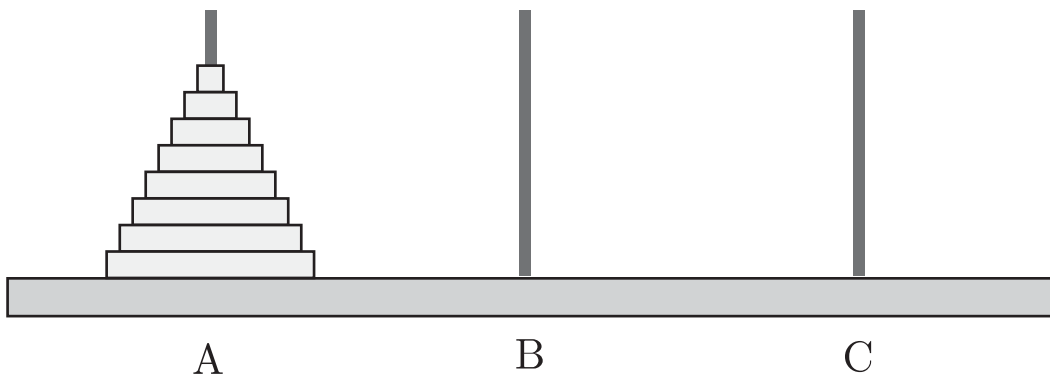


図 73: ハノイの塔

このパズルは 1883 年に M. Claus により紹介された。いま円板が 8 枚あるときどのようにすれば良いだろうか？

この問題もグラフ理論を使って解く事ができます。円板が 8 枚もあると考えるのが大変なので、3 枚ぐらいで考えてみましょう。

また、一般論として円板が n 枚あった時に円板を何回動かさないといけないか考えなさい。

うめくさ

問題 ノートを 7 冊ずつくばると 28 冊余り、10 冊ずつくばると最後の 1 人に渡すノートの数は 5 冊未満でした。ノートの数と人数を求めなさい。

問題 指を使って次のように数を数える

親指から数えはじめて、親指を 1 . 人差し指 2 . 中指 3 . 薬指 4 . 小指 5 と行き、逆もどりして、薬指 6 . 中指 7 . 人差し指 8 . 親指 9 . また同じようにして人差し指 10 という風にしていく . この時、ことしの 2004 はどの指でおわるでしょうか .

