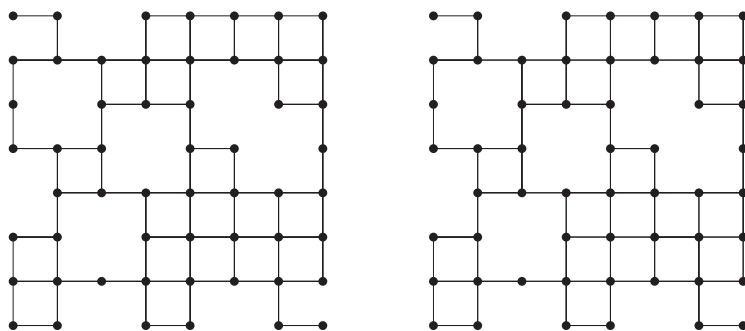


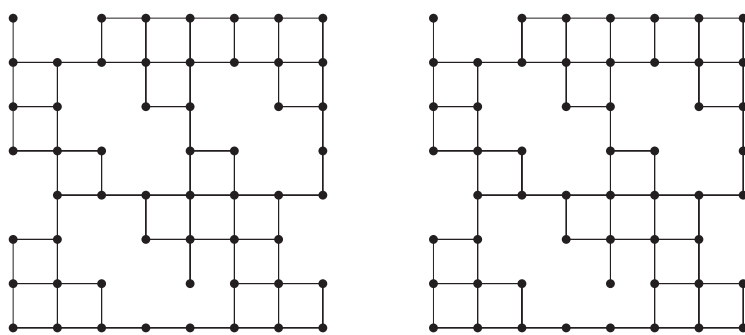
13 問題集

13.1 グラフ理論を利用したクイズ

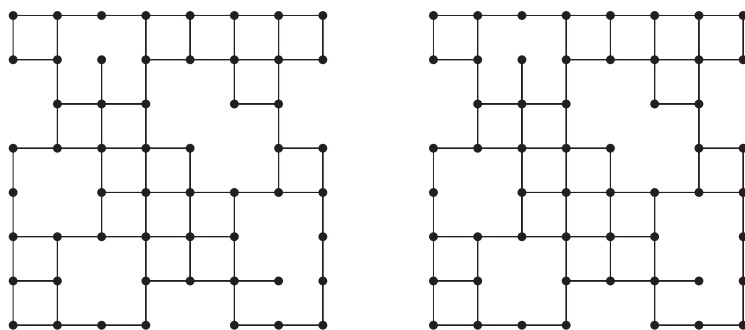
- (1) すべての頂点を廻って、図 13.1-13.3 のグラフに対して、辺に沿って移動して、すべての頂点を 1 度だけ通って下さい。(移動の仕方は一通りとは限りません.)



(i)



(ii)



(iii)

図 13.1: すべての頂点を廻って 1

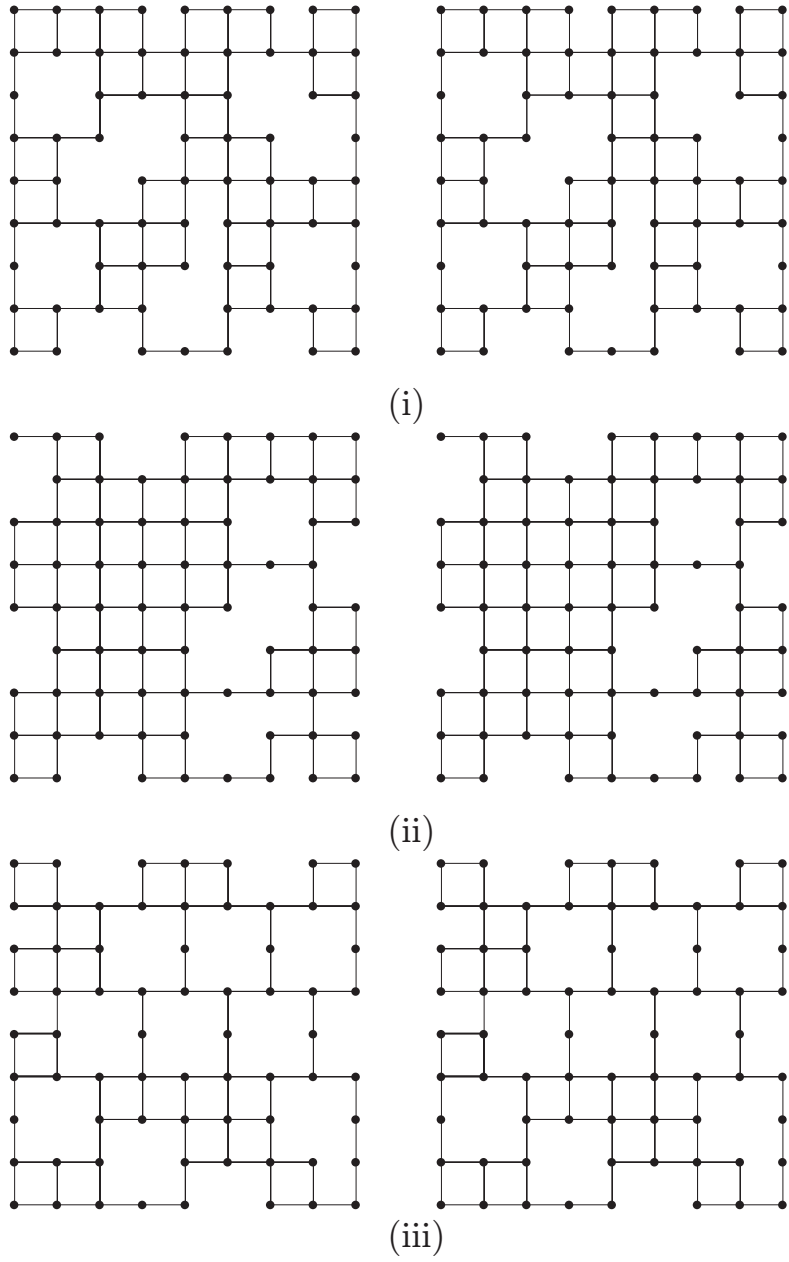
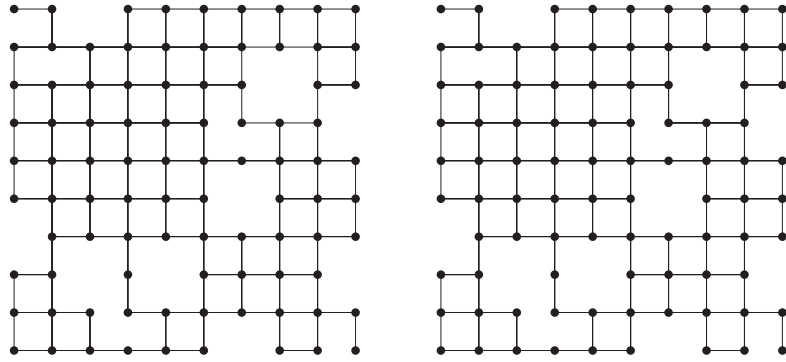
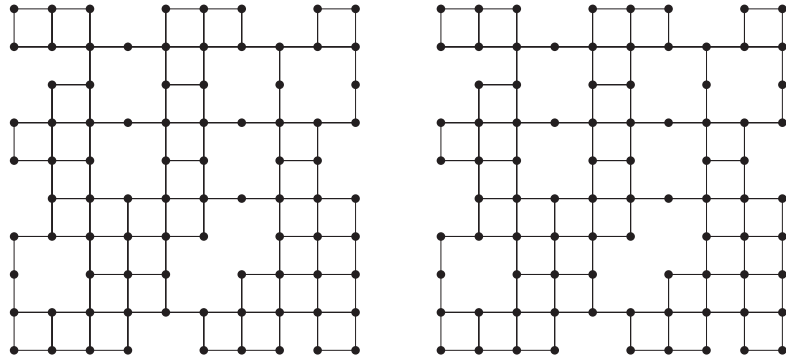


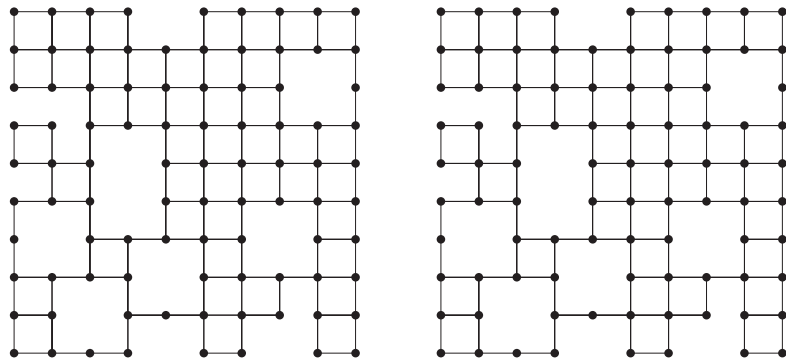
図 13.2: すべての頂点を廻って 2



(i)



(ii)



(iii)

図 13.3: すべての頂点を廻って 3

(2) 男子 5 人，女子 5 人が手をつないで輪になりました．この 10 人の中で，ある人は両手は女の子である人がいることを示しなさい．

(3) チェス盤クイズ

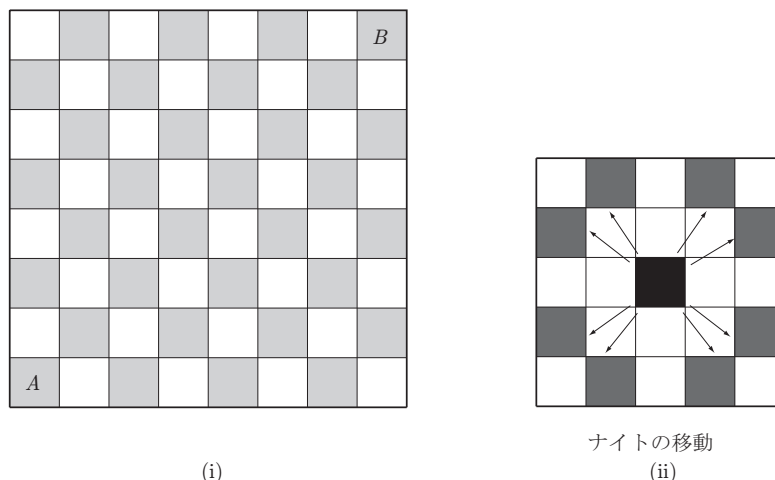


図 13.4: チェス盤

(a) チェス盤は 8×8 の色分けされたマス目からできている図 13.4(i)．またナイトは図 13.4(ii) のように 8 カ所移動できます．次の問題は昔から良く知られた問題です．

[問題] ナイトはすべてのマス目を一度だけ通って戻ってくることはできるか？

(b) ナイトがチェス盤を適当に動いて戻ってきました．ナイトは偶数回移動したことを示しなさい．

(c) ナイトが A から B のマス目にすべてのマス目を通して移動することはできるか？

(4) タイル張り

(a) (レベル 1) 図 13.5 で表された L 型タイルで、図 13.6 のグラフを L 型タイルで覆うことができる．タイル張りを行え．

(b) (レベル 2) 図 13.5 で表された L 型タイルで、図 13.7 の正方形のグラフを L 型タイルで覆うことができる．タイル張りを行え．

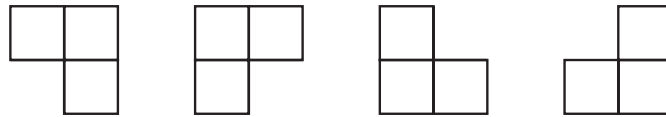


図 13.5: L型タイル

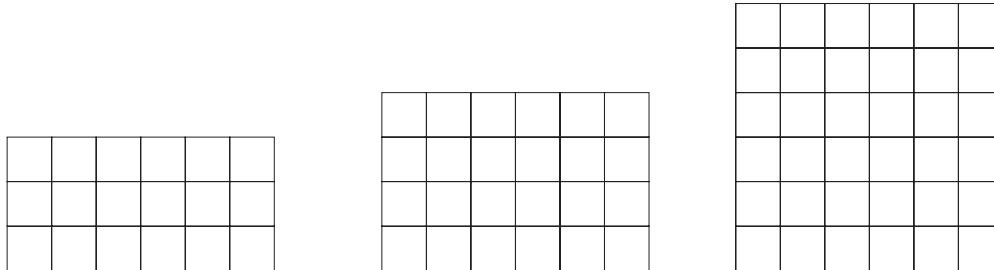


図 13.6: タイル張りをやってみよう

- (c) $2^n \times 2^n$ の格子盤から 1 つのマスを切り取ったグラフを覆いつくす事ができる．例えば、図 13.8(i) の 4×4 の格子盤から 1 つのマスを切り除いたものに対しては (ii) のように覆うことができる．図 13.9 のグラフに対してどのようにすれば覆いつくす事ができるか示せ．
- (d) L型タイルで $2^n \times 2^n$ の格子盤から 1 つのマスを切り取ったものを覆いつくす事ができる事を示せ．(ヒント：数学的帰納法を使え)

(5) 結婚クイズ

- (a) (レベル 1) 男の子 5 組 (A、B、C、D、E) と女の子 5 組 (V、W、X、Y、Z) が結婚することになった．それを知ったある人が誰と結婚するのかを聞きに行った．

A 君「D 君は W さんと結婚するそうですよ．僕は X さんとしますよ」
 B 君「C 君も W さんと結婚するって言っていましたよ．僕は V さんとします」
 C 君「B 君は実は Z さんと結婚するのですよ．僕は X さんとします」
 D 君「C 君は Y さんと結婚します．僕は V さんとします」
 E 君「A 君は V さんと結婚します．僕は Y さんと結婚します」
 どうも変な返答なのですが，僕はみんな 1 つは本当の事を言って，1 つは嘘を言っていることに気がつきました．では，誰と誰が結婚するのでしょうか？

- (b) (レベル 2) 男の子 5 組 (A、B、C、D、E) と女の子 5 組 (V、W、X、Y、Z)

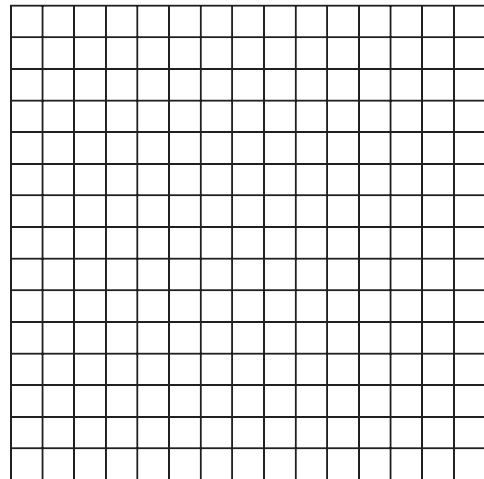
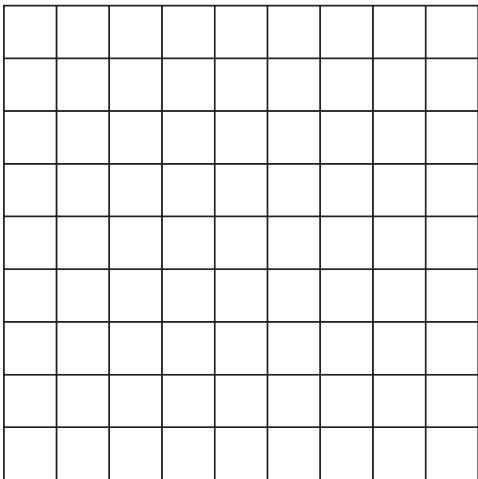
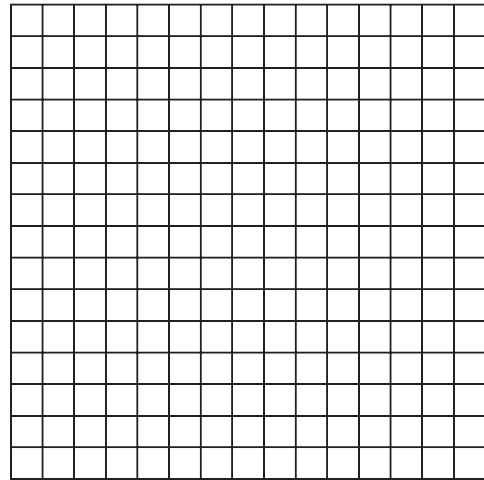
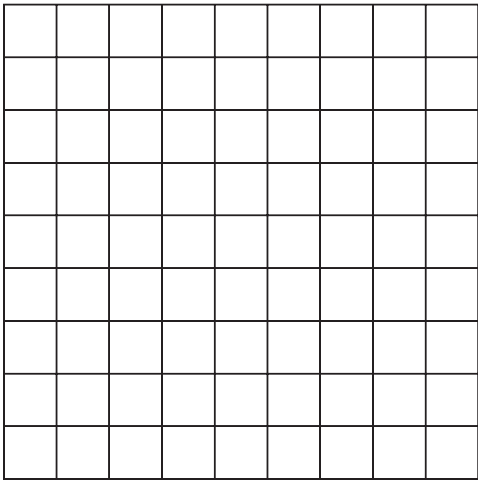
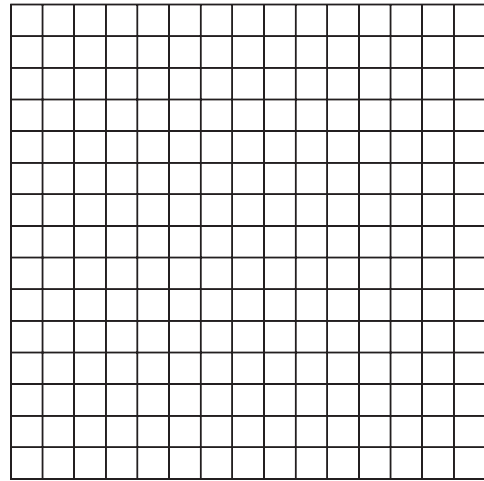
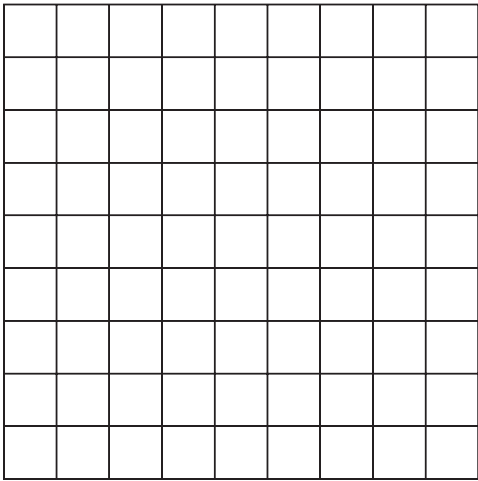
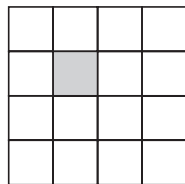
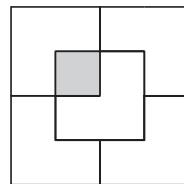


図 13.7: タイル張りをやってみよう



(i)



(ii)

図 13.8: 格子盤のタイル張り

が結婚することになった．それを知ったある人が誰と結婚するのかを聞きに行った．

A 君「D 君は W さんと結婚するそうですよ．僕は X さんとしますよ」

B 君「C 君も W さんと結婚するって言っていましたよ．僕は V さんとします」

C 君「B 君は実は Z さんと結婚するのですよ．僕は X さんとします」

D 君「E 君は Y さんと結婚します．僕は W さんとします」

E 君「A 君は V さんと結婚します．僕は Y さんと結婚します」

どうも変な返答なのですが，僕はみんな 1 つは本当の事を言って，1 つは嘘を言っていることに気がつきました．では，誰と誰が結婚するのでしょうか？

- (c) またあるとき男の子 4 人 (A、B、C、D) と女の子 4 人 (W、X、Y、Z) が結婚することになった．それを知ったある人がまた誰と結婚するか聞きに言った．しかし，嘘をつかれるのには懲りているので嘘は言わないでと頼んだら，次の事を言われた．では，誰と誰が結婚するのでしょうか？

A 君は「X さんか，Y さんか，Z さんと結婚します．」

B 君は「僕も X さんか，Y さんか，Z さんと結婚します．」

C 君は「W さんか，X さんか，Y さんと結婚します．」

W さんは「A 君か，B 君か，D 君と結婚します．」

Y さんは「A 君か，B 君か，D 君と結婚します．」

Z さんは「A 君か，C 君か，D 君と結婚します」

と言われました．では，誰と誰が結婚するのでしょうか？

- (6) 誰がいくら借りたか？A 君，B 君，C 君，D 君，E 君，F 君が久しぶりに会った．みんなそれぞれお金の貸し借りがあったので，この際清算することにした．

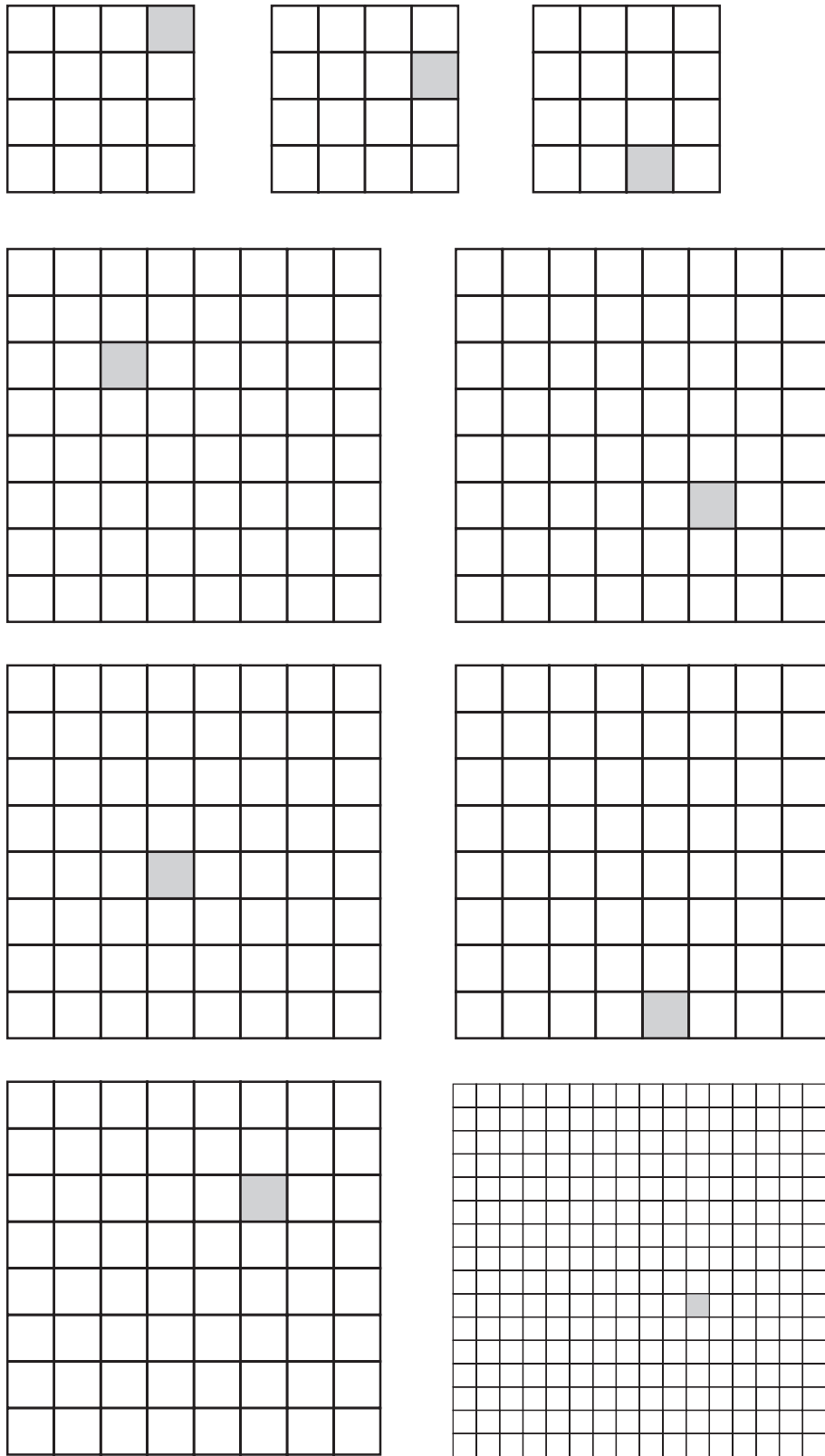


図 13.9: 格子盤のタイル張りを試みよう

AはBに200円借りています。
 BはCに300円借りています。
 CはDに200円借りています。
 DはEに200円借りています。
 EはFに300円借りています。
 FはAに200円借りています。
 AはCに300円借りています。
 CはEに400円借りています。
 EはAに300円借りています。
 BはDに300円借りています。
 DはFに300円借りています。
 FはBに400円借りています。

なるべくお金が移動しないようにして、誰が誰にいくら払えばよいでしょうか？

- (7) 正12角形からなるグラフの頂点を一つを赤色に残りを青色で塗ります。図13.10のように、連続する3個の頂点の色をいっせいに変える操作で赤の位置を隣に移す事ができるか。

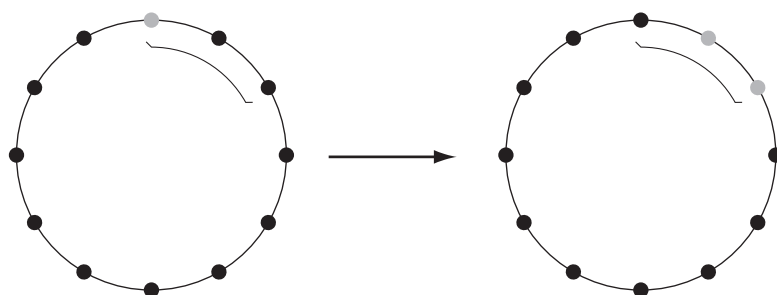


図 13.10: 十二角形

- (8) 4つの数があります。それらの差が1、2、3、4、5、6となりえるか？また、1、2、3、4、5、5となりえるか。
- (9) 図13.11のように16個の点を円周上に並べます。ある数からはじめて、1つおきに点を取り除いていく。2周目からも、残った点に対して同様に取り除いていく。たとえば1からはじめると1、3、5、7、9、11、13、15、4、...が取り除かれます。
- (a) 円周上に1から16までの16個の点があります。1からはじめると最後に残る数はいくつですか。

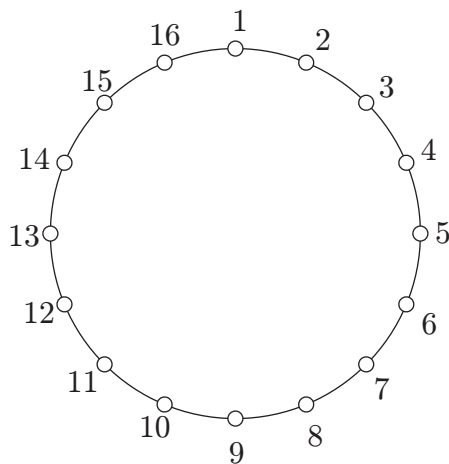


図 13.11: サークル

- (b) 円周上に 1 から 16 までの 16 個の点があります．最後に残る数を 9 にしたいときにはどの数からはじめればよいでしょうか．
- (c) 円周上に 1 から 17 までの 17 個の点があります．1 からはじめると最後に残る数はいくつですか．
- (d) 円周上に 1 から 100 までの 100 個の点があります．1 からはじめると最後に残る数はいくつですか．
- (10) ある学部のある学科は定員が 45 名だった．緊急時の連絡網を作りたい．学籍番号順に電話連絡をすると不在の学生のところで連絡網が切れてしまう．そこで，各学生の携帯電話に 3 名連絡をする学生を入れて連絡網を作ろうとした．可能だろうか？ただし，携帯電話の電話帳登録には電話を掛ける相手の電話には掛ける方の電話番号も登録されているようにする．例えば 6 人の場合だと図 13.12 の様に対応させる．すると A は B 、 D 、 F の 3 人と電話連絡をする．

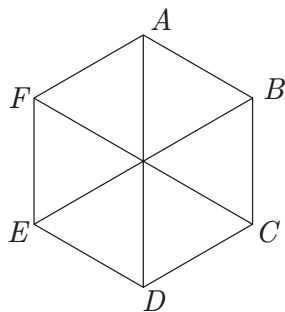


図 13.12: 電話連絡

- (11) ある国には 15 個の空港がある．すべての空港に対して他の 5 つの空港に 1 日に 1 便の往復便があようにしたい．できるだろうか？