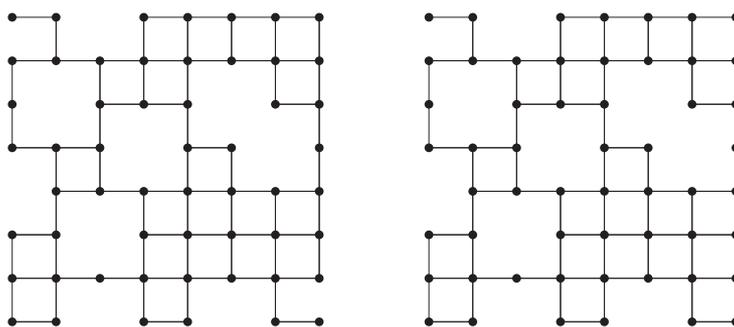


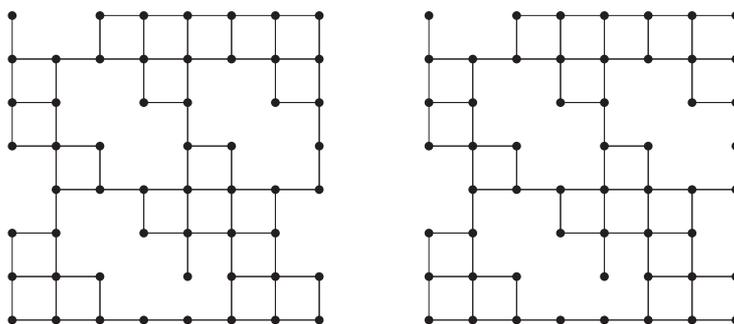
15 問題集

15.1 グラフ理論を利用したクイズ

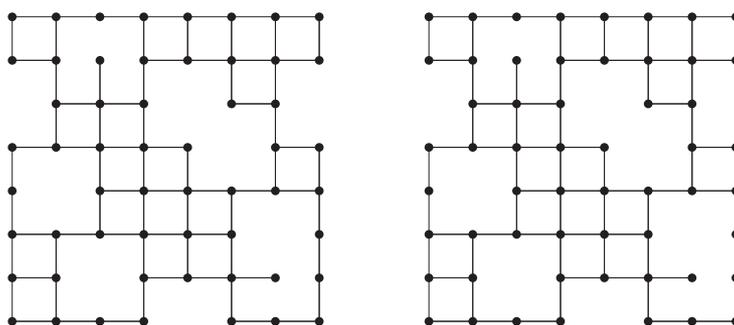
- (1) すべての頂点を廻って、図 15.1-15.3 のグラフに対して、辺に沿って移動して、すべての頂点を 1 度だけ通って下さい。(移動の仕方は一通りとは限りません.)



(i)



(ii)



(iii)

図 15.1 すべての頂点を廻って 1

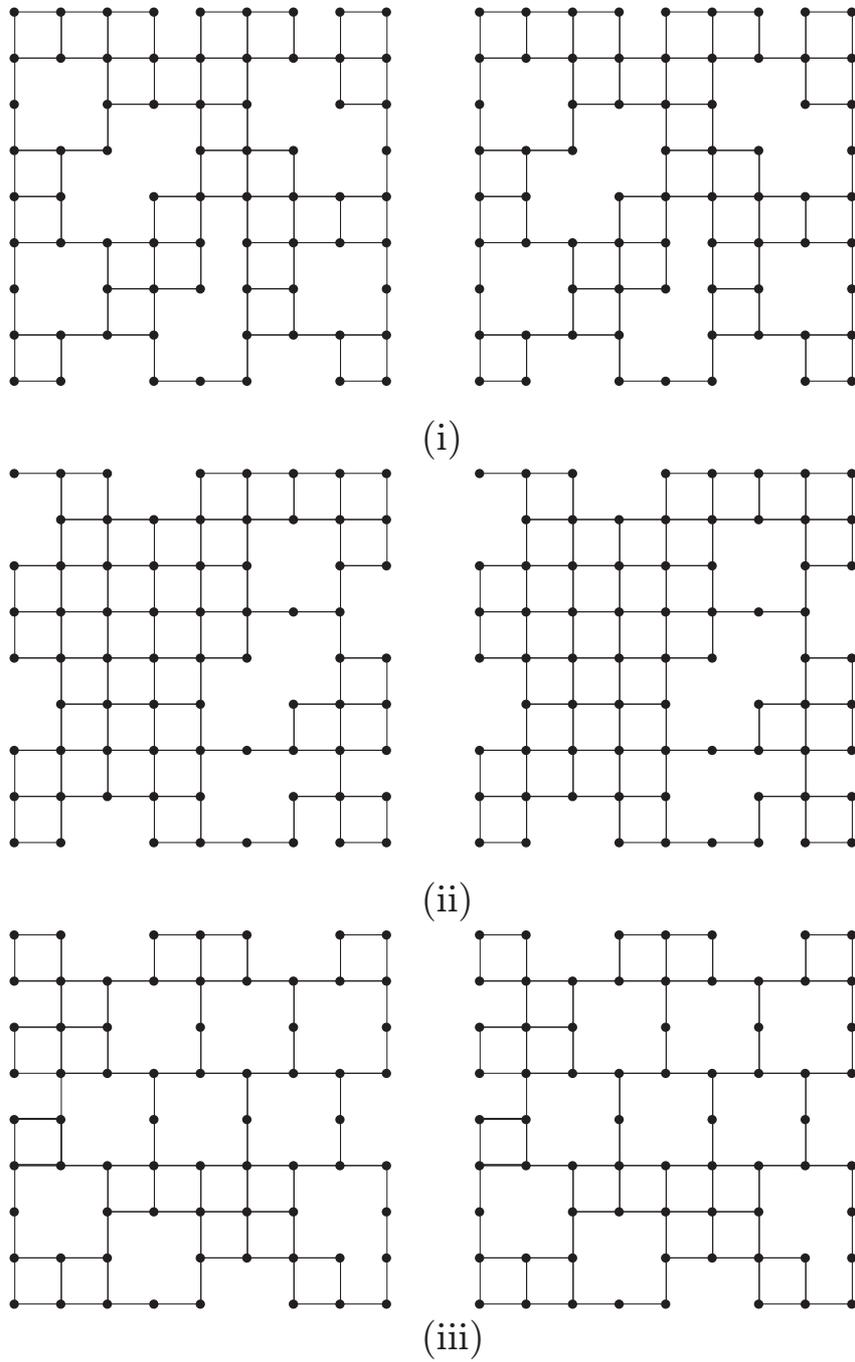


図 15.2 すべての頂点を廻って 2

(2) 男子 5 人，女子 5 人が手をつないで輪になりました．この 10 人の中で，女の子二人と手をつないでいる人がいることを示しなさい．

(3) チェス盤クイズ

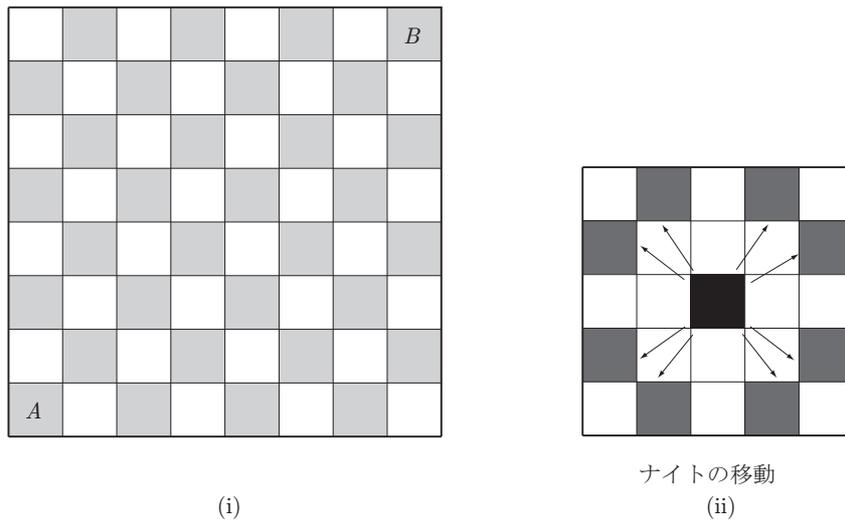


図 15.4 チェス盤

(a) チェス盤は 8×8 の色分けされたマス目からできている図 15.4(i)．またナイトは図 15.4(ii) のように 8 カ所移動できます．次の問題は昔から良く知られた問題です．

[問題] ナイトはすべてのマス目を一度だけ通って戻ってくることができるか？

(b) ナイトがチェス盤を適当に動いて戻ってきました．ナイトは偶数回移動したことを示しなさい．

(c) ナイトが A から B のマス目にすべてのマス目を通して移動することはできるか？

(4) タイル張り

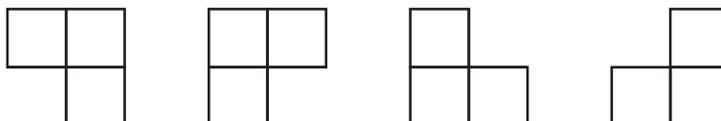


図 15.5 L 型タイル

(a) (レベル 1) 図 15.5 で表された L 型タイルで、図 15.6 のグラフを L 型タイルで覆うことができる．タイル張りを行え．

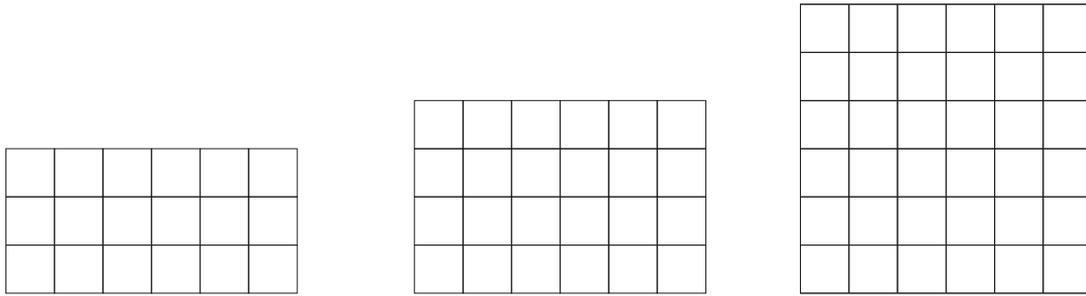


図 15.6 タイル張りをやってみよう

- (b) (レベル 2) 図 15.5 で表された L 型タイルで、図 15.7 の正方形のグラフを L 型タイルで覆うことができる。タイル張りを行え。
- (c) $2^n \times 2^n$ の格子盤から 1 つのマスを切り取ったグラフを覆いつくす事ができる。例えば、図 15.8(i) の 4×4 の格子盤から 1 つのマスを取り除いたものに対しては (ii) のように覆うことができる。図 15.9 のグラフに対してどのようにすれば覆いつくす事ができるか示せ。
- (d) L 型タイルで $2^n \times 2^n$ の格子盤から 1 つのマスを切り取ったものを覆いつくす事ができる事を示せ。(ヒント：数学的帰納法を使え)
- (5) 誰がいくら借りたか？ A 君、B 君、C 君、D 君、E 君、F 君が久しぶりに会った。みんなそれぞれお金の貸し借りがあったので、この際清算することにした。
- A は B に 200 円借りています。
 B は C に 300 円借りています。
 C は D に 200 円借りています。
 D は E に 200 円借りています。
 E は F に 300 円借りています。
 F は A に 200 円借りています。
 A は C に 300 円借りています。
 C は E に 400 円借りています。
 E は A に 300 円借りています。
 B は D に 300 円借りています。
 D は F に 300 円借りています。
 F は B に 400 円借りています。
- なるべくお金が移動しないようにして、誰が誰にいくら払えばよいでしょうか？
- (6) 正 12 角形からなるグラフの頂点を一つを赤色に残りを青色で塗ります。図 15.10 のように、連続する 3 個の頂点の色をいっせいに変える操作で赤の位置を隣に移す事ができるか。

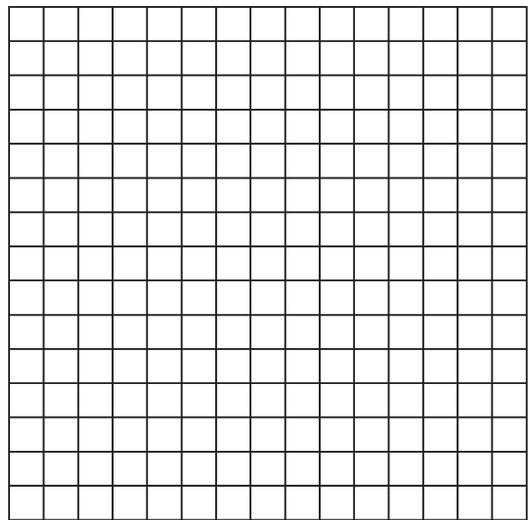
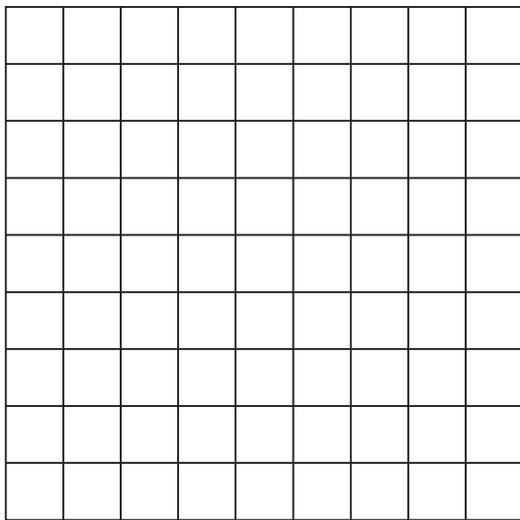
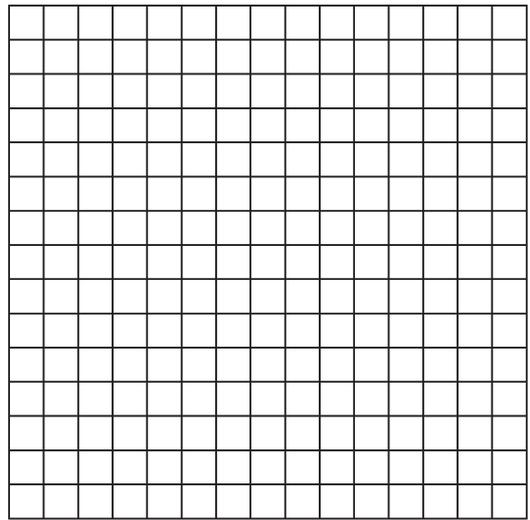
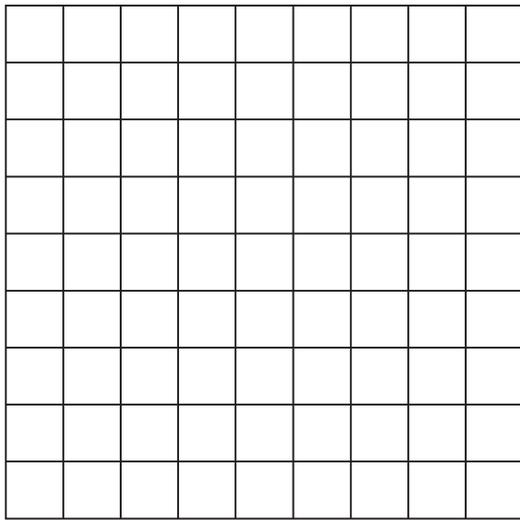
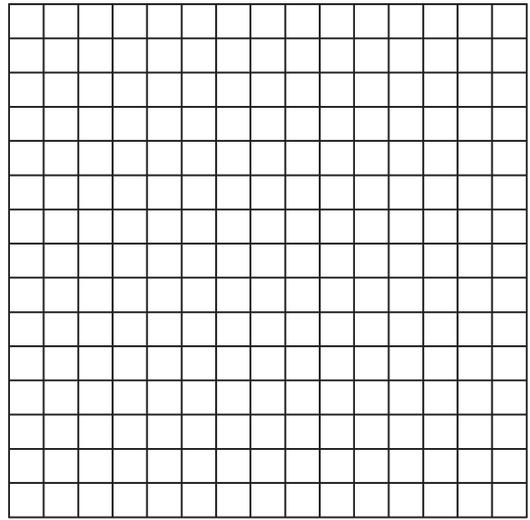
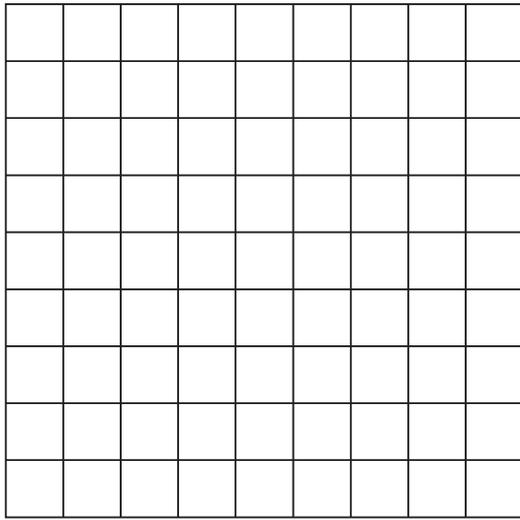


図 15.7 タイル張りをやってみよう

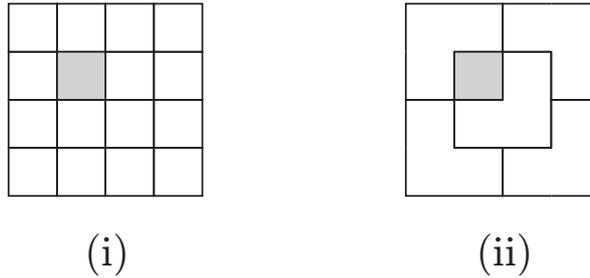


図 15.8 格子盤のタイル張り

- (7) 4つの数があります．それらの差が1、2、3、4、5、6となりえるか？また、1、2、3、4、5、5となりえるか．
- (8) 図 15.11 のように 16 個の点を円周上に並べます．ある数からはじめて、1つおきに点を取り除いていく．2周目からも、残った点に対して同様に取り除いていく．たとえば1からはじめると1、3、5、7、9、11、13、15、4、…が取り除かれます．
- (a) 円周上に1から16までの16個の点があります．1からはじめると最後に残る数はいくつですか．
- (b) 円周上に1から16までの16個の点があります．最後に残る数を9にしたいときにはどの数から始めればよいでしょうか．
- (c) 円周上に1から17までの17個の点があります．1からはじめると最後に残る数はいくつですか．
- (d) 円周上に1から100までの100個の点があります．1からはじめると最後に残る数はいくつですか．
- (9) ある学部のある学科は定員が45名だった．緊急時の連絡網を作りたい．学籍番号順に電話連絡をする．と不在の学生のところで連絡網が切れてしまう．そこで、各学生の携帯電話に3名連絡をする学生を入れて連絡網を作ろうとした．可能だろうか？ただし、携帯電話の電話帳登録には電話を掛ける相手の電話には掛ける方の電話番号も登録されているようにする．例えば6人の場合だと図 15.12 の様に対応させる．するとAはB、D、Fの3人と電話連絡をする．
- (10) ある国には15個の空港がある．すべての空港に対して他の5つの空港に1日に1便の往復便があようにしたい．できるだろうか？

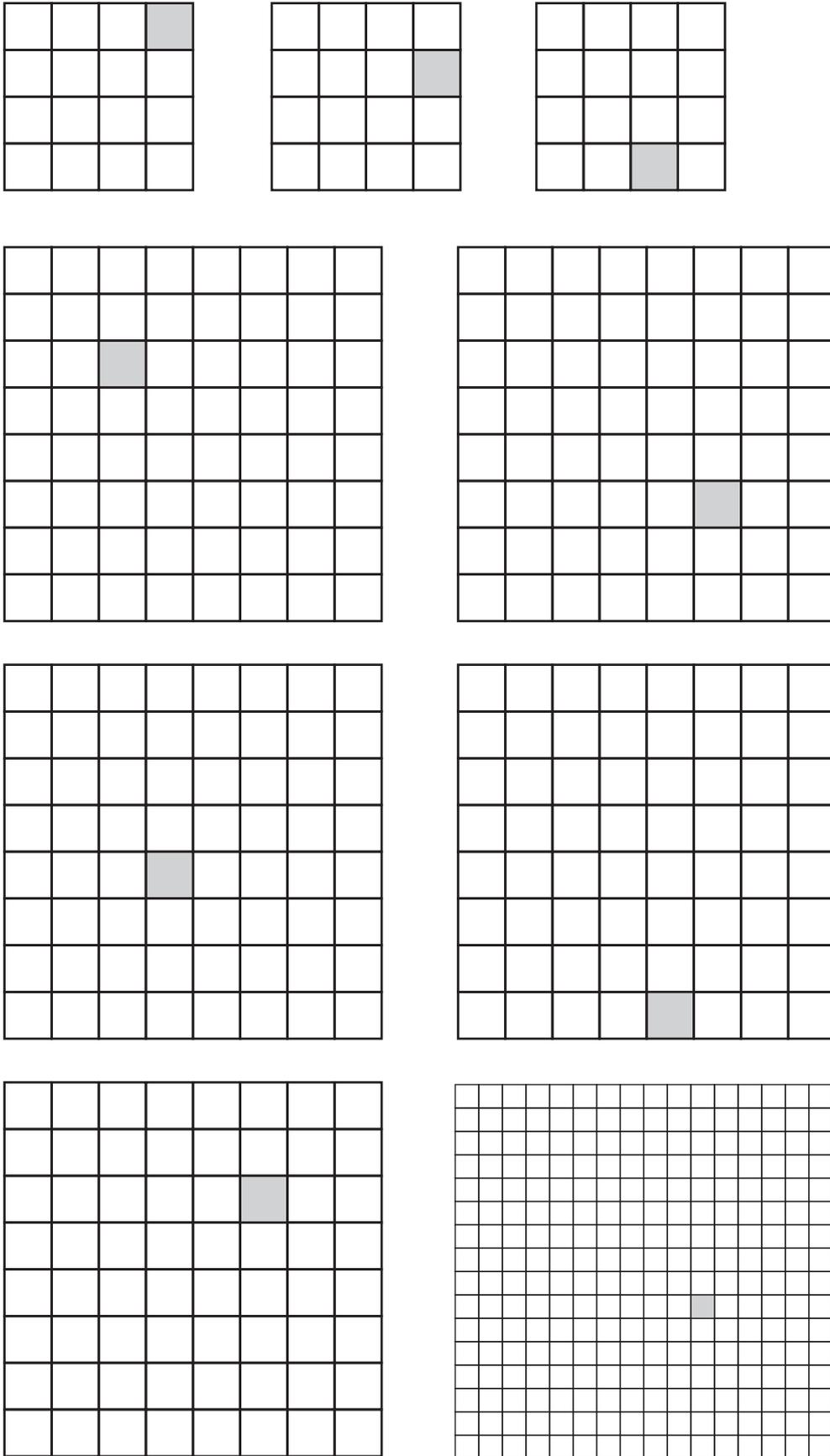


図 15.9 格子盤のタイル張りを試みよう

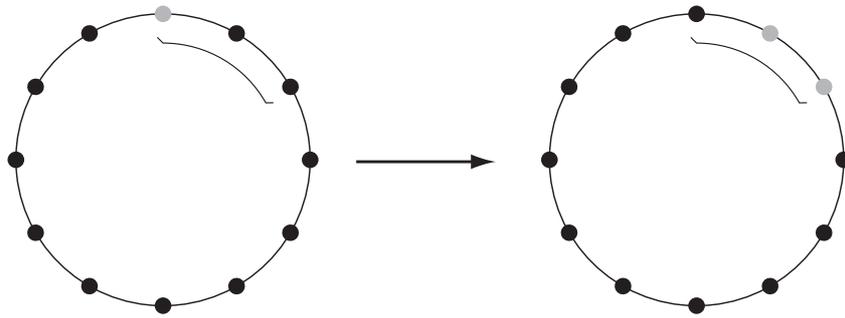


図 15.10 十二角形

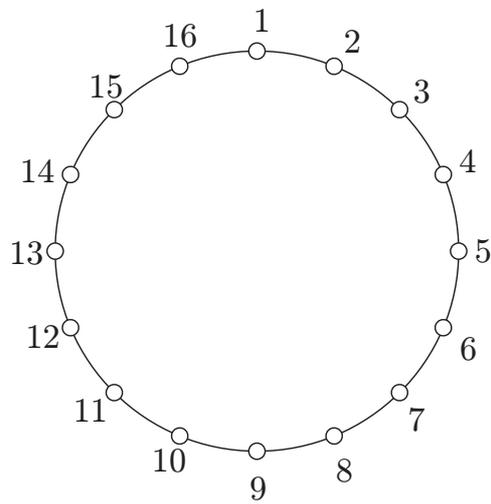


図 15.11 サークル

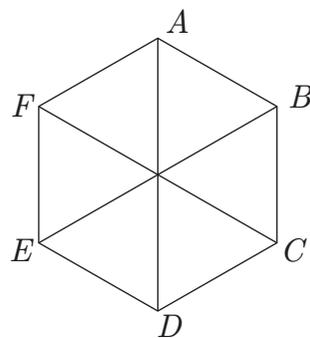


図 15.12 電話連絡